

IX-070 – MODELAGEM ESTOCÁSTICA DA PRECIPITAÇÃO DIÁRIA

Álvaro José Back⁽¹⁾

Engenheiro Agrônomo pela Universidade Federal de Santa Catarina (UFSC). Mestre em Engenharia Agrícola pela Universidade Federal de Viçosa (UFV), Doutor em Engenharia pela Universidade Federal do Rio Grande do Sul (UFRGS). Pesquisador da Empresa de Pesquisa Agropecuária e Extensão Rural de Santa Catarina (Epagri), Professor do Programa de Pós-Graduação da Universidade do Extremo Sul Catarinense (PPGCA/Unesc).

José Luiz Rocha Oliveira⁽²⁾

Engenheiro Sanitarista e Ambiental pela Universidade Federal de Santa Catarina (UFSC). Mestre em Engenharia Ambiental pela Universidade Federal de Santa Catarina (UFSC). Pesquisador da Empresa de Pesquisa Agropecuária e Extensão Rural de Santa Catarina (Epagri).

Alan Henn⁽³⁾

Engenheiro Sanitarista e Ambiental pela Universidade Federal de Santa Catarina (UFSC). Mestre em Engenharia Ambiental pela Universidade Federal de Santa Catarina (UFSC). Pesquisador da Empresa de Pesquisa Agropecuária e Extensão Rural de Santa Catarina (Epagri).

Bruno De Pellegrin Coan⁽⁴⁾

Engenheiro Ambiental pela Universidade do Extremo Sul Catarinense (Unesc). Mestrando em Ciências Ambientais na Unesc.

Juliano Possamai Della⁽⁵⁾

Engenheiro Civil pela Universidade do Extremo Sul Catarinense (Unesc). Mestrando em Ciências Ambientais na Unesc.

Endereço⁽¹⁾: Rodovia SC 446, km 16, Bairro da Estação, Urussanga, SC - CEP: 88840-000 - Brasil - Tel: (48) 34651209 - e-mail: ajb@epagri.sc.gov.br

RESUMO

A modelagem matemática da precipitação é uma ferramenta que pode ser útil na geração de séries de chuva em locais onde os registros históricos de chuva são relativamente curtos e em muitas situações apresentam muitas falhas, impossibilitando assim inferências estatísticas seguras. Este trabalho teve como objetivo avaliar o ajuste de um modelo matemático para simular a chuva diária. Foram analisados dados de precipitação diária de Garuva, SC (Estação 02648027, latitude 26°02'08"S e longitude 48°51'00"W), referentes aos anos 1977 a 2011. Foram calculadas as estatísticas descritivas dos totais mensais de chuva e dos valores de chuva diária. Para simular a ocorrência da chuva foi adotado o modelo de Markov de primeira ordem de dois estados, e para simular a quantidade de chuva nos dias com chuva foram testadas a distribuição exponencial e a distribuição gama. Também se verificou as probabilidades de ocorrências de dias consecutivos de chuva e de dias secos, considerando como dia seco todo o dia com precipitação inferior a 1,0 mm. Comparando-se as características da chuva nas séries observadas e das séries de cem anos simuladas observou-se que o modelo foi capaz de simular a chuva mantendo suas características (médias, variância). Não foram verificadas diferenças importantes entre as séries simuladas com a distribuição exponencial e a distribuição gama.

PALAVRAS-CHAVE: Modelagem, Precipitação, cadeia de Markov.

INTRODUÇÃO

A precipitação pluviométrica é um dos elementos meteorológicos que exerce maior influência sobre as condições ambientais, e em quase todas as atividades produtivas desenvolvidas no campo, a ocorrência da precipitação bem como sua quantidade e intensidade podem determinar o sucesso ou o fracasso do empreendimento. Tendo em conta este aspecto, existe um grande esforço no sentido de medir as quantidades de chuva bem como prever suas ocorrências nos mais variados locais.

Algumas características de precipitação de um local podem ser extraídas da análise dos registros do que aconteceu no passado. Entretanto em muitos locais os registros históricos de chuva são relativamente curtos e em muitas situações apresentam muitas falhas, impossibilitando assim inferências estatísticas seguras. Em tais situações pode-se utilizar séries de precipitação simulada para fazer inferências desejadas.

A modelagem matemática é uma ferramenta que pode ser importante na ausência de dados de chuva ou quando as séries de dados não são adequadas. Clarke (1973) comenta que os modelos hidrológicos podem ser usados para diferentes propósitos como: fazer estimativas de frequências de eventos extremos; fazer investigação de regras de operação de sistemas hídricos; para estender séries curtas de dados hidrológicos, ou ainda, para fornecer sequências sintéticas como parâmetros de entrada em modelos.

Os modelos estocásticos de precipitação foram discutidos por Kelman (1987), Waymire & Gupta (1981) e Foufoula (1985). Clarke (2002) apresenta uma revisão de alguns métodos estocásticos, aplicados a hidrologia nos últimos 30 anos, período em que a potência de disponibilidade de computadores, cresceu rapidamente, e os métodos de modelagem de series temporais, cuja aplicação era anteriormente limitada.

O método mais utilizado, por ser considerado mais simples tem sido a cadeia de Markov, que utiliza dois estados (dia seco ou chuvoso), podendo ser de primeira ordem, segunda ordem, e terceira ordem, sendo esta última muito pouco utilizada, pois conforme os dados fica normalmente impossível de operar (Souza et al, 1992). Clarke (1988) apresenta descrição detalhada do modelo de Markov e cita diversas aplicações na hidrologia.

A segunda parte do modelo, representando a quantidade de chuva, geralmente é expressa por uma função de distribuição cumulativa de probabilidade. Diversas distribuições de probabilidade são utilizadas para modelar a quantidade de chuva, dos períodos chuvosos e a distribuição gama pode ser considerada, como a mais adequada para períodos curtos (uma semana, cinco dias, um dia). Alguns exemplos da utilização da distribuição gama são encontrados em Buishand (1978); Sedyama et al. (1978); Castro Neto & Silveira (1983), Assis (1996).

A distribuição gama, entretanto, apresenta o inconveniente de sua função de probabilidade acumulada, não apresentar solução imediata, exigindo técnicas trabalhosas de expansão em séries (Arruda & Pinto, 1980) ou de integração numérica. Este aspecto, quando considerado relevante, tem levado alguns autores a transformar previamente os dados com o propósito de normalização. Isto foi realizado, por exemplo, (Amaral & Silva, 1971), com base no pressuposto de que a homogeneização da variância, após transformação dos dados, conduz também a normalização da distribuição de probabilidade. Os resultados obtidos pelos autores e posteriormente por Arruda & Pinto (1984), estes últimos analisando os totais e máximas pentadais em Pelotas-RS, justificam o procedimento.

Este trabalho teve como objetivo ajustar e avaliar um modelo estocástico para simular séries de dados de chuva para a região de Garuva, SC.

MATERIAIS E MÉTODOS

Foram utilizados dados de precipitação diária da estação pluviométrica de Garuva, SC, pertencente a Agência Nacional de Águas (ANA) (latitude 26°02'08"S e longitude 48°51'00"W), referentes aos anos 1977 a 2011. Foram calculadas as estatísticas descritivas dos totais mensais de chuva e dos valores de chuva diária.

Para o modelagem da ocorrência de precipitação foi considerado a cadeia de Markov de dois estados, em que o dia é considerado seco ou chuvoso. O critério adotado para o dia ser seco foi de chuva inferior a 1,0 mm. Neste trabalho foi utilizada a cadeia de primeira ordem, em que a probabilidade de um dia ser seco (ou chuvoso) depende somente da condição do dia anterior.

Para levar em conta a estacionariedade, os parâmetros do modelo foram ajustados por períodos mensais. Dessa forma foram determinadas as matrizes de probabilidades de transição conforme:

$$P00_i = \frac{N00_i}{N00_i + N01_i} \quad \text{equação (1)}$$

$$P10_i = \frac{N10_i}{N10_i + N11_i} \quad \text{equação (2)}$$

$$P01_i = 1 - P00_i \quad \text{equação (3)}$$

$$P11_i = 1 - P10_i \quad \text{equação (4)}$$

em que: P00 = Probabilidade de um dia ser seco, dado que o anterior também foi seco;

P10 = Probabilidade de um dia ser seco, dado que o anterior foi chuvoso;

P01 = Probabilidade de um dia ser chuvoso, dado que o anterior foi seco;

P11 = Probabilidade de um dia ser chuvoso, dado que o anterior foi chuvoso;

N10 = frequência observada da sequência de chuvoso seguido por dia seco;

N11 = frequência observada da sequência de dois dias chuvosos;

N00 = frequência observada da sequência de dois dias secos;

N01 = frequência observada de um dia seco seguido por dia chuvoso;

i = mês (1 a 12).

Para a simulação da quantidade de chuva nos dias chuvosos foi utilizada a distribuição exponencial e a distribuição gama com dois parâmetros, conforme descrito em Kite (1977) e Assis (1996). A distribuição exponencial tem como função cumulativa de probabilidade:

$$F(X) = P[X \leq x] = \int_{x=0}^x \alpha e^{-\alpha X} = 1 - e^{-\alpha x} \quad \text{equação (5)}$$

O parâmetro α dado distribuição exponencial foi estimado pelo método dos momentos como:

$$\alpha = \frac{1}{\bar{x}} \quad \text{equação (6)}$$

em que: \bar{X} é a média observada de precipitação dos dias com chuva.

A precipitação X com uma probabilidade $P(X \leq x)$ pode ser estimada por:

$$X = -\frac{\ln(1 - P(X \leq x))}{\alpha} \quad \text{equação (7)}$$

A distribuição Gama tem como função cumulativa de probabilidade:

$$F(X) = P(X \leq x) = \frac{1}{\Gamma(\gamma)\beta^\gamma} \int_0^x X^{\gamma-1} e^{-\frac{X}{\beta}} dx \quad \text{equação (8)}$$

em que: β e γ são os parâmetros da distribuição.

$\Gamma(\gamma)$ é a função gama.

Os parâmetros da distribuição gama foram estimados com base no método dos momentos por:

$$\beta = \frac{s^2}{x} \quad \text{equação (9)}$$

$$\gamma = \frac{x^2}{s^2} \quad \text{equação (10)}$$

em que: \bar{X} é a média observada de precipitação dos dias com chuva (mm);

S^2 é a variância dos dados observados (mm²).

Foi elaborado um programa para a simulação da série de cem anos de dados de precipitação com base na seguinte estrutura:

- 1) Gerar um número aleatório U;
- 2) Verificar se U for maior que a probabilidade de um dia o mês de janeiro ser seco (P0) então o dia anterior foi considerado chuvoso caso contrário o dia foi considerado seco;
- 3) para o dia d +1 gerar um número aleatório U;
- 4) Verificar se $U \leq P10$ ou P00 então o dia era seco (chuva = 0 mm), retornando ao item 3, caso contrário era chuvoso e segue para o item 5.
- 5) Gera um número aleatório U e com este número foi determinado pela distribuição exponencial e a distribuição gama o valor esperado de chuva para o dia em questão, e retorna para o item 3;

Para verificar a qualidade dos dados simulados foram calculadas as estatísticas descritivas e as matrizes de probabilidade de transição da série de precipitação simulada e comparada com as observadas.

RESULTADOS E DISCUSSÃO

Na Figura 1 estão apresentados os valores médios mensais de chuva da série observada e das séries simuladas com a distribuição exponencial e gama. Observa-se que os maiores valores médios de precipitação ocorrem nos meses de janeiro a março, e os menores valores ocorrem de maio a agosto. Também observa-se que as séries simuladas apresentaram valores médios próximos aos valores observados, sendo as maiores diferenças entre as séries simuladas e observadas na ordem de 6%.

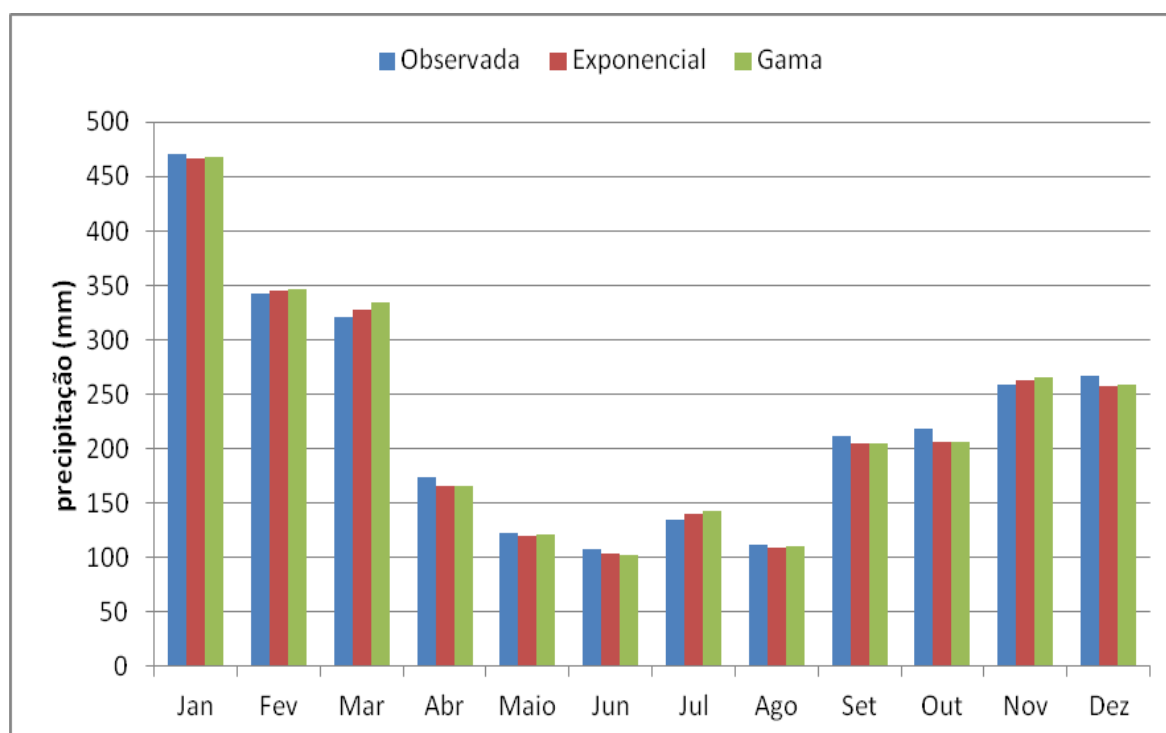


Figura 1: Médias mensais da chuva observada e simulada com a distribuição exponencial e distribuição gama, para Garuva, SC.

Na Tabela 1 constam as estatísticas da série observada para o período mensal e anual e na Tabela 2 constam as respectivas estatísticas da série simulada. Observa-se que na maioria dos meses as séries simuladas apresentam valores próximos as séries observadas. A precipitação total anual observada foi de 2734,1 mm com valores variando de 1799,1 a 3877,4 mm. Na série simulada com a precipitação exponencial obteve-se valores variando de 2150,1 a 3499,6 mm com média de 2710,2 mm. Na série simulada com a precipitação gama obteve-se valores variando de 2048,1 a 3699,7 mm com média de 2728,1 mm. Embora na média do total anual a série

simulada apresenta diferenças inferiores a 1% da série observada, as séries simuladas apresentaram tendência de subestimar os valores extremos de totais anuais. Esta observação pode ser constatada na Figura 2.

Com relação aos valores máximos observados verifica-se que não existe sazonalidade bem definida, isto é, os valores máximos podem ser observados em qualquer época do ano. Este fato já foi observado por (Back, 2002) que demonstrou que embora a maior frequência de chuvas intensas na região do extremo Sul Catarinense ocorra nos meses de dezembro a março, estes eventos extremos podem ocorrer em qualquer época do ano.

Tabela 1: Estatísticas da precipitação total por período mensal e anual da série de chuva observada em Garuva, SC referente ao período de 1977 a 2011.

Período	Estatísticas			Coeficiente de Variação (%)
	Média (mm)	Máximo (mm)	Mínimo (mm)	
Janeiro	471,2	1282,3	43,2	43,5
Fevereiro	343,1	731,5	46,1	44,2
Março	320,8	629,3	62,8	42,4
Abril	174,4	449,6	42,7	54,0
Maiο	123,2	348,3	21,4	71,8
Junho	107,5	329,4	13,2	62,6
Julho	134,7	535,3	35,0	75,0
Agosto	111,4	399,5	14,5	82,6
Setembro	211,5	475,0	30,0	51,8
Outubro	218,8	455,5	81,5	39,1
Novembro	259,3	1009,9	56,3	63,8
Dezembro	266,7	762,8	63,2	43,6
Anual	2734,1	3877,4	1799,1	19,3

Tabela 2: Estatísticas das séries de chuva simuladas com as distribuições exponencial e gama.

Período	Distribuição Exponencial				Distribuição Gama			
	Média (mm)	Máximo (mm)	Mínimo (mm)	Coef. de Variação (%)	Média (mm)	Máximo (mm)	Mínimo (mm)	Coef. de Variação (%)
Janeiro	466,9	840,6	169,4	29,4	467,6	906,2	157,3	33,6
Fevereiro	345,0	844,9	55,9	38,4	346,0	949,7	35,7	44,4
Março	327,6	631,4	102,4	31,6	334,9	724,8	74,1	38,6
Abril	165,8	309,4	36,1	33,6	166,0	330,1	31,5	38,0
Maiο	119,9	278,8	0,0	53,1	121,8	320,3	0,0	61,5
Junho	103,8	223,7	1,0	47,0	102,9	244,5	1,0	50,4
Julho	140,4	340,1	0,0	51,6	142,9	385,4	0,0	57,9
Agosto	109,6	301,7	3,4	45,2	110,2	364,6	2,0	52,9
Setembro	204,4	441,4	74,7	37,8	205,5	470,7	66,0	41,4
Outubro	205,7	475,2	50,9	36,7	205,8	537,7	41,3	41,3
Novembro	263,0	515,1	93,1	34,6	265,7	573,7	69,6	42,1
Dezembro	258,1	484,3	47,2	36,7	259,0	534,4	49,7	40,1
Anual	2710,2	3499,6	2150,1	10,6	2728,1	3699,7	2048,1	12,4

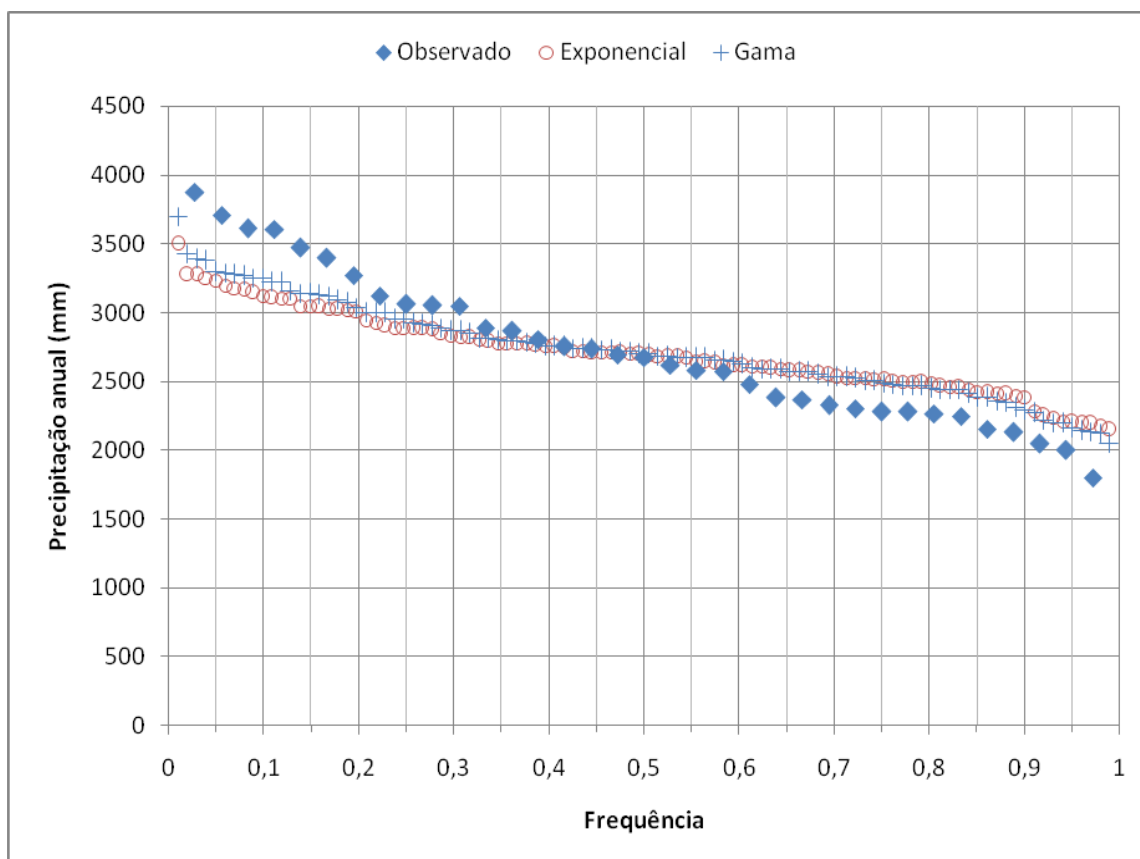


Figura 2: Frequência de totais anuais de precipitação da série observada em Garuva (SC) e das séries simuladas com a distribuição exponencial e distribuição gama.

Na Tabela 3 constam as estatísticas de número de dias de chuva mensal e anual da série observada e simulada. Observa-se que nas médias mensais as diferenças foram inferiores a 4% e na média anual a diferença foi de 0,6% evidenciando a qualidade da distribuição de Markov na simulação de sequência de dias secos e chuvosos.

Também foi evidenciado a tendência de subestimativa dos extremos de totais anuais de chuva (Figura 3). A capacidade do modelo de Markov simular a sequência de dias secos e chuvosos também pode ser reforçada pela manutenção das probabilidades de sequência de dias secos e chuvosos na série simulada (Figura 4).

Na Tabela 4 consta o resumo das estatísticas das séries de chuva observada e simulada. Observa-se que as médias obtidas na simulação com a distribuição exponencial e com a distribuição gama apresentaram valores muito próximos das médias da série observada. No entanto, os valores de desvio padrão obtidos com a distribuição exponencial foram significativamente inferiores aos da série observada, sendo que nos meses de maio e junho a diferenças foram acima de 25%. Por sua vez, a simulação com a distribuição gama resultou em valores de desvio padrão semelhantes aos valores da série observada, com diferenças abaixo de 5%. Também os valores máximos obtidos com a distribuição exponencial foram em geral inferiores aos valores máximos observados. Por sua vez a distribuição gama também gerou valores máximos semelhantes aos valores observados.

Tabela 3: Estatísticas do número de dias de chuva da série de chuva observada em Garuva, SC referente ao período de 1977 a 2011 e da chuva simulada.

Período	Série observada (1977 – 2011)				Série simulada (100 anos)			
	Média (mm)	Máximo (mm)	Mínimo (mm)	Coef. de Variação (%)	Média (mm)	Máximo (mm)	Mínimo (mm)	Coef. de Variação (%)
Janeiro	21,6	31	7	23,9	21,8	30	11	15,9
Fevereiro	17,0	26	4	27,9	17,0	28	6	23,8
Março	18,3	31	9	26,6	18,0	27	8	20,4
Abril	14,9	27	5	36,5	14,7	24	6	25,3
Maio	11,0	26	3	50,1	10,7	20	0	39,9
Junho	9,2	24	2	47,0	9,2	21	1	42,3
Julho	10,3	23	2	48,1	10,6	24	0	41,9
Agosto	9,5	21	1	49,4	9,5	18	2	34,8
Setembro	14,4	25	6	32,7	13,9	23	4	27,7
Outubro	16,7	28	8	27,0	16,1	24	7	23,1
Novembro	16,1	25	9	27,5	16,1	26	8	22,4
Dezembro	17,3	31	8	27,7	16,8	25	5	26,1
Anual	175,6	293	125	19,7	174,5	210	147	7,0

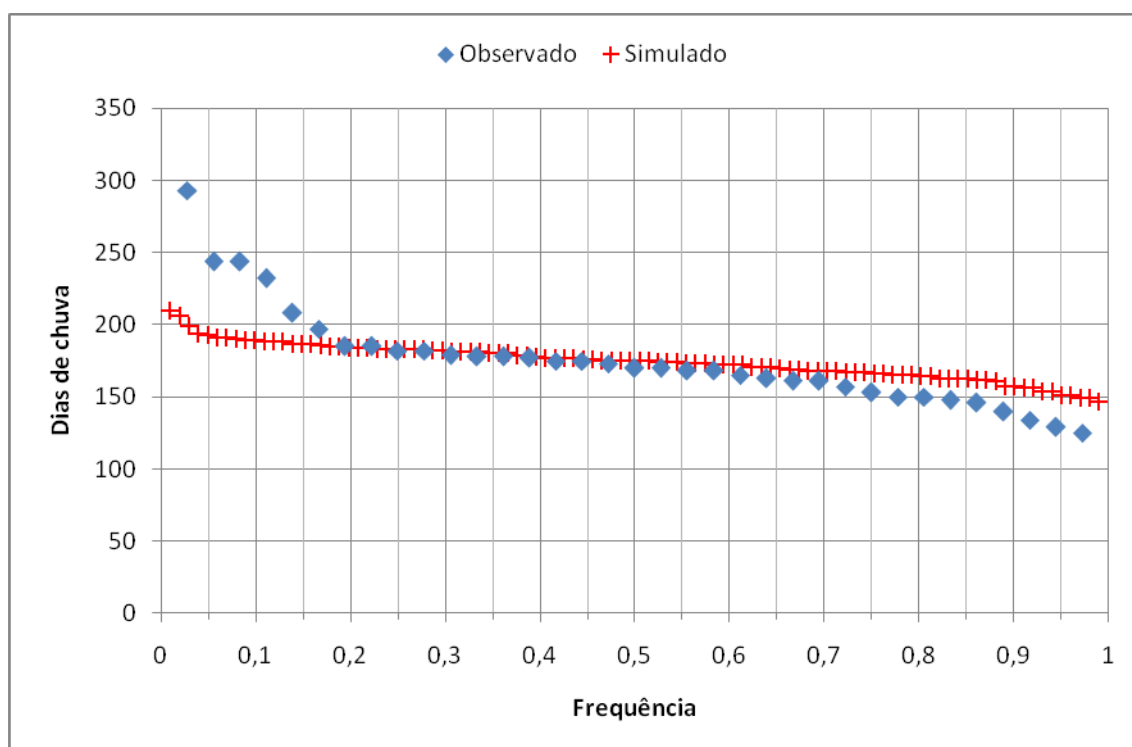


Figura 3: Frequência de totais anuais de precipitação da série observada em Garuva (SC) e das séries simuladas com a distribuição exponencial e distribuição gama.

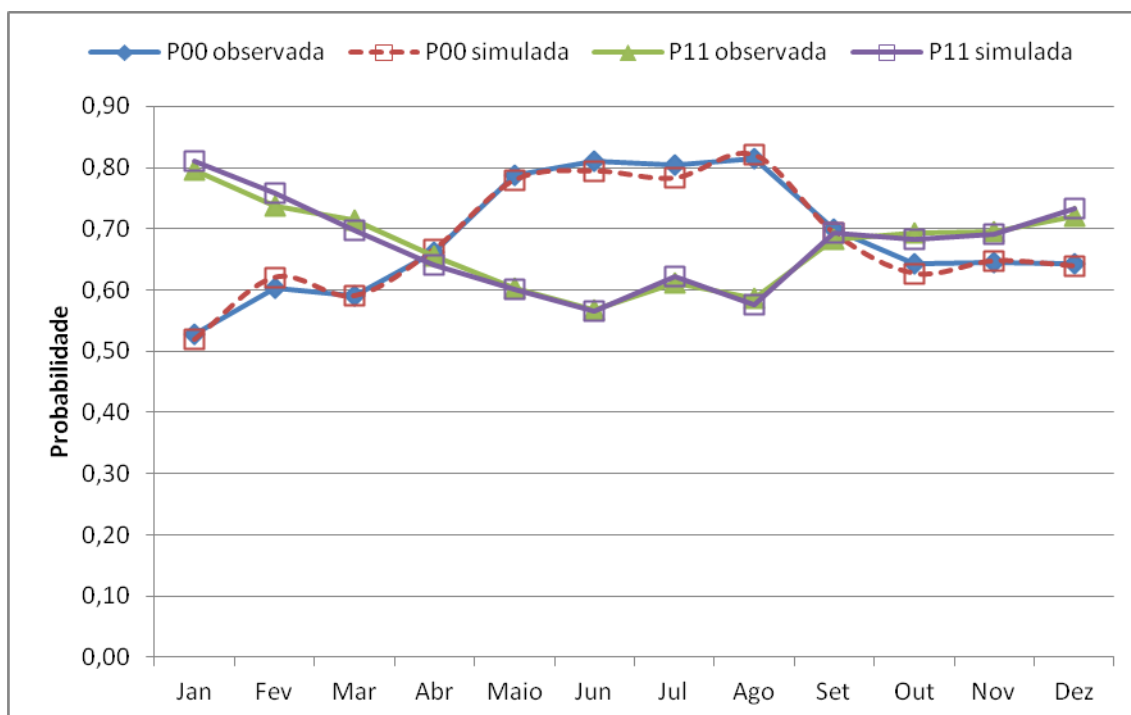


Figura 4: Probabilidade de sequência de dias secos (P00) e dias chuvosos (P11) observadas e simuladas para Garuva, SC.

Tabela 4: Estatísticas das séries de precipitação observada e simulada.

Mês	Série observada			Série simulada com distribuição exponencial			Série simulada com distribuição Gama		
	Média (mm)	Des. Pad. (mm)	Maior (mm)	Média (mm)	Des. Pad. (mm)	Maior (mm)	Média (mm)	Des. Pad. (mm)	Maior (mm)
Jan.	21,78	27,03	225,3	21,37	22,03	165,7	21,40	27,36	220,5
Fev.	20,18	26,32	183,3	20,24	20,17	156,5	20,30	26,29	223,5
Mar.	17,48	23,69	174,7	18,15	18,56	140,6	18,55	25,45	213,0
Abr.	11,69	14,54	111,0	11,28	11,77	127,3	11,29	14,70	175,8
Mai.	11,13	15,44	126,6	11,25	11,27	87,8	11,42	15,60	137,0
Jun.	11,61	14,31	109,6	11,28	10,71	93,4	11,18	13,81	123,8
Jul.	12,97	17,52	134,6	13,23	13,33	95,7	13,46	18,01	142,4
Ago.	11,60	15,36	131,4	11,54	11,57	85,5	11,60	15,30	123,8
Set.	14,65	17,50	120,0	14,74	14,7	107,4	14,81	17,51	135,2
Out.	13,02	15,60	100,0	12,77	13,2	129,7	12,78	15,91	168,2
Nov.	16,02	21,78	225,6	16,29	16,38	139,7	16,45	22,43	214,9
Dez.	15,41	18,19	145,8	15,37	15,62	117,3	15,42	18,46	145,9

CONCLUSÕES

Existe um grande efeito da sazonalidade na precipitação média mensal, sendo os maiores valores observados de janeiro a março e menores valores de maio a julho;

Não existe sazonalidade bem definida nos valores máximos, isto é, os valores máximos podem ser observados em qualquer época do ano;

O modelo de Markov de primeira ordem de dois estados simulou as sequências de dias secos e chuvosos mantendo as características das séries observadas;

As séries simuladas apresentaram valores de chuva média mensal e anual bem como do número de dias de chuva média mensal e anual semelhante as séries observadas;

As séries simuladas apresentaram tendência de subestimar os valores extremos de chuva total anual do número de dias de chuva;

Não foram observadas diferenças importantes entre as séries simuladas com a distribuição exponencial e com a distribuição gama.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

1. AMARAL, E.; SILVA, J. B. Research on statistics applied to agricultural meteorology. Geneva. W. M. O., 1971, 7p.
2. ARRUDA, H. V.; PINTO, H. S. A simplified gamma probability model for analysis of the frequency distribution of rainfall in the region of Campinas, SP, Brazil. Agricultural Meteorology, Amsterdam, n. 22, p. 101-108, 1980.
3. ASSIS, F. N. Aplicações de estatística à climatologia: teoria e prática. Pelotas. Universitária, 1996. 161p.
4. BACK, A. J. Chuvas intensas e chuva de projeto de drenagem superficial no Estado de Santa Catarina. Florianópolis: Epagri, 2002. 65p. (Boletim Técnico, 123).
5. BUIHAND, T. A. The Binary Darna-Process on a Model For We-Dry Sequences, Tech. The Netherlands: Univ.Wageningen (Dep. Math. Agric). 1978.
6. CASTRO NETO, P.; SILVEIRA, J. V. Precipitação provável para Lavras-MG, baseada na função de distribuição de probabilidades gama III – Períodos de 10 dias. Ciência e Prática, Lavras, n. 7, p. 58-65, 1983.
7. CLARKE, R. T. Stochastic Hydrology Revisited. Revista Brasileira de Recursos Hídricos, Roma, v. 7, p. 97-104, 2002.
8. CLARKE, R. T. Statistical modelling in hydrology. Chichester: John Wiley & Sons, 1994. 412p.
9. CLARKE, R. T. Markov chains: applications to modeling of daily rainfall. In: _____. Stochastic process for water scientist: developments and applications. Chichester: John Wiley, 1988. 183p.
10. CLARKE, R. T. Mathematical models in hydrology. Roma. Fao Irrigation and drainage paper 19, 1973. 175p.
11. FOUFOLO, G. Discrete-Time Point Process Models for Daily Rainfall, Water Resources Series, Technical Report, n. 33, Scatle-Whashington: Dept Civil Eng University of Washington, 1985.
12. KELMAN, J. Controle de Cheias e Aproveitamentos Hidroelétricos (RBE). Revista Brasileira de Engenharia, Rio de Janeiro, p 56-57, 1987.
13. KITE, G. W. Frequency and risk analyses in Hydrology. Water Resources Publications For Collins, 1977. 224p.
14. SEDIYAMA, G. C. et al. Simulação de parâmetros climáticos para época de crescimento das plantas. Revista Ceres, Viçosa, v. 25, n. 141, p. 455-466, 1978.
15. SOUZA, A. et al. Modelo para estimar o número de dias trabalháveis com tratores agrícolas: lavoura arrozeira. Porto Alegre, n. 401, v. 45, p. 8-12, 1992.
16. WAYMIRE, E. E.; GUPTA, V. J. The Mathematical Structure of Rainfall Representation, Part 1, A Review of the Stochastic Rainfall Models. Walter Resources Research, p. 1261-1272, 1981.