

IV-253 - SIMULAÇÃO NUMÉRICA DE ESCOAMENTOS SOBRE AERADORES FORMADOS POR ESCADA E CASCATA

André Luiz Andrade Simões⁽¹⁾

Doutor em Ciências (Engenharia Hidráulica e Saneamento) pela Escola de Engenharia de São Carlos (EESC/USP). Professor da Escola Politécnica da Universidade Federal da Bahia.

Harry Edmar Schulz

Professor Titular em Fenômenos de Transporte, Doutor em Engenharia Hidráulica e Saneamento, pela Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo. Pós-Doutorado em Hidráulica na Universidade de Minnesota, EUA. Pós-Doutorado em Mecânica dos Fluidos na Universidade de Karlsruhe, Alemanha.

Rodrigo de Melo Porto

Professor Livre-Docente em Hidráulica, Doutor em Engenharia Hidráulica e Saneamento, pela Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo. Atuante nas soluções para o ensino de graduação na engenharia atual, autor do livro Hidráulica Básica.

Endereço⁽¹⁾: Rua Aristides Novis, 02 - Federação - Salvador - BA - CEP: 40210-630 - Brasil - Tel: (71) 3283-9452 - e-mail: andre.simoes@ufba.br

RESUMO

Escoamentos turbulentos em superfície livre favorecem as trocas gasosas através da interface ar-água. Neste trabalho são apresentadas soluções numéricas tridimensionais de escoamentos sobre aeradores em forma de cascata, com degraus ao longo de sua extensão. É empregado o modelo não homogêneo para simulação do escoamento multifásico de ar e água e o modelo k-ε para a turbulência. Uma formulação para a previsão do padrão de escoamento também foi desenvolvida com a adaptação de dados experimentais à forma do canal estudado. As previsões decorrentes desta metodologia apresentam concordância com os resultados calculados numericamente, que mostram o padrão de quedas sucessivas com espalhamento da água ao longo do canal com perímetro crescente.

PALAVRAS-CHAVE: Aeração, aerador em degraus, Mecânica dos Fluidos Computacional.

INTRODUÇÃO E OBJETIVO

O desenvolvimento da camada limite em escoamentos turbulentos pode ser influenciado pelo gradiente de pressões ao longo do escoamento, pela geometria, pelo número de Reynolds, pela rugosidade da superfície, entre outros. Em condições particulares, como nas de escoamento laminar e escoamento hidraulicamente liso, observa-se a independência para com a rugosidade da superfície (Monin e Yaglom, 1965, p.273). Quando a rugosidade da superfície sólida passa a ser importante, estudos experimentais mostram que o aumento da rugosidade exerce influência no desenvolvimento da camada limite (Monin e Yaglom, 1965, p.291). Essa conclusão é relevante quando se estuda escoamentos com superfície livre com altas velocidades. Nesses casos, em canais de sistemas extravasores, pode haver a intenção de posicionar o início da aeração superficial o mais a montante possível, com o intuito de minimizar os efeitos da cavitação. Empregando a formulação proposta por Wood *et al.* (1983), pode-se escrever a seguinte relação experimental

$$L_L \propto \varepsilon^{-0,07}, \quad (1)$$

em que L_L (m) é a posição de início da aeração superficial em um canal de um sistema extravasor e ε (m) é a rugosidade absoluta equivalente. Com tal relação, calcula-se uma redução de aproximadamente 5% em L_L quando a rugosidade é multiplicada por dois.

Uma análise semelhante, utilizando-se a formulação proposta por Chanson (2002), leva à equação 2, que expressa a relação entre a posição de início da aeração em um canal em degraus, L_D , e a altura de “rugosidade dos degraus”, k , ilustrada na Figura 1(a).

$$L_D \propto k^{-0,07}, \quad (2)$$

Com $\varepsilon = 1 \text{ mm}$ e $k = 0,36 \text{ m}$, conclui-se que $\frac{L_D}{L_L} \propto \left(\frac{k}{\varepsilon}\right)^{-0,07} = \left(\frac{0,36}{0,001}\right)^{-0,07} \cong 0,7$. Deste modo, respeitadas as restrições dos equacionamentos empregados, nota-se significativa influência da rugosidade na posição de início da aeração quando são comparados canais convencionais construídos em concreto alisado aos canais com o fundo escalonado com macro rugosidades de altura k .

A discussão anterior concentra-se no regime conhecido como *skimming flow*, escoamento caracterizado pela ocorrência de um escoamento principal sobre escoamentos secundários (grandes turbilhões) estabelecidos entre degraus (Figura 1b). Para vazões menores e em estruturas menos inclinadas, pode ocorrer o padrão *nappe flow*, como aquele da Figura 1c que mostra quedas sucessivas.



Figura 1: (a): Definição da altura de rugosidade. (b): *skimming flow*, em modelo físico do Laboratório de hidráulica Ambiental – EESC-USP (Simões, 2012). (c): *nappe flow* em um dos canais em degraus do sistema de drenagem da USP/SC, Campus II.

A aeração dos escoamentos mencionados resulta no rompimento da superfície livre (Figura 2a e b), caracterizado aqui pela ejeção e reentrada de volumes de água, formação de bolhas de ar nas proximidades da interface entre água e ar e ocorrência de estruturas alongadas que, ao tombarem, também favorecem a incorporação de ar. Quando ocorre *skimming flow*, os grandes turbilhões localizados abaixo do pseudo-fundo (ver definição na Figura 1a) podem se tornar bifásicos e, com isso, devido à recirculação, elevam o tempo de permanência das bolhas no meio líquido (Figura 2c). Para ilustrar a cadeia de eventos interfaciais que ocorrem nos constantes impactos de massas de água nas ejeções e reentradas, apresentam-se as fotografias da Figura 2d a 2h, que mostram a entrada de uma gota de água isolada em um volume estático. Observa-se que a abertura formada após o choque possui diâmetro maior que o diâmetro da bolha; na periferia dessa cavidade há elevação da superfície livre, que decai em seguida acompanhada da elevação da superfície livre na região central, condição que pode resultar na formação de uma nova gota; a sua reentrada introduz uma ou mais bolhas de ar ao volume líquido, como pode ser visto na Figura 2h. Em escoamentos turbulentos esse mecanismo é bem mais complexo. Nesses casos, o movimento do volume líquido ejetado não é apenas vertical e ocorre um grande número de ejeções, interação entre gotas dispersas no ar e interação destas com os campos de velocidade e pressão do ar.

No escoamento em quedas sucessivas, além dos fenômenos mencionados, observa-se que o jato mergulhante também faz entrar na água volumes de ar em quantidades significativas. Em certas condições de vazão e geometria do canal, o escoamento em quedas sucessivas pode ocorrer com o estabelecimento total ou parcial de ressaltos hidráulicos sobre os pisos dos degraus (Chanson, 2002). Nesses casos, aeração adicional é obtida devido aos ressaltos. A entrada de ar pode ocorrer ao longo do jato em queda livre, devido à entrada do jato na massa líquida existente sobre o piso e através do ressalto hidráulico, se ele ocorrer. Há também recirculação abaixo do jato, e a incorporação de ar pelo escoamento mergulhante pode fazer com que as bolhas permaneçam por algum tempo nessa “zona morta”.



Figura 2: Fenômenos relacionados à entrada de ar na água (Laboratório de Hidráulica – EESC/USP): (a e b) Deformação da superfície livre - Imagens obtidas com estroboscópio. (c): Turbilhão bifásico (ar-água). (d a h) Incorporação de uma bolha de ar após a entrada de uma gota de água em um volume em repouso. Fonte: Simões (2012).

Como consequências da formação de escoamentos do tipo ar-água, pode-se citar: (1) em sistemas extravasores, o ar incorporado pode reduzir o risco de cavitação devido à compressibilidade da mistura em relação à compressibilidade da água, condição demonstrada experimentalmente por Peterka (1953); (2) O escoamento bifásico possui alturas de escoamento maiores e por isso muros laterais devem ser dimensionados para tal condição; (3) A incorporação de bolhas de ar ao escoamento eleva as trocas interfaciais, como a oxigenação da água e a liberação de alguns compostos voláteis dissolvidos na água.

Além das aplicações em sistemas extravasores, os canais em degraus também têm sido explorados, entre outros casos, como possíveis estruturas capazes de reoxigenar a água. Algumas formas foram estudadas, como canais com soleiras terminais sobre os pisos, canais com pisos em alicive, com elementos de rugosidade incrustados sobre os pisos, etc.

No sentido indicado no parágrafo acima, o objetivo deste trabalho foi estudar numericamente as características de escoamentos sobre aeradores em forma de tronco de cone escalonado, aeradores citados em Vigneswaran *et al.* (1989), previstos pela NBR 12216 (1992) e estudados por Thakre e Hedao (2000) e Kumar *et al.* (2013, 2014).

MATERIAIS E MÉTODOS

Análise preliminar do regime de escoamento

Escoamentos em canais em degraus podem ocorrer com diferentes características, como citado anteriormente. A análise dimensional aplicada ao estudo da transição do regime em quedas sucessivas para o escoamento de transição e em seguida para o escoamento deslizante mostra que podem ser relacionados os adimensionais s/h_c e s/l , em que h_c = altura crítica. Desse modo, se for avaliada uma estrutura com s/l fixo e o escoamento ocorrer em quedas sucessivas, uma redução em s/h_c pode levar o escoamento a ocorrer em uma condição de transição ao escoamento deslizante. Para vazões maiores, ocorrerá o escoamento deslizante sobre turbilhões.

Alguns trabalhos foram conduzidos com o intuito de analisar dados experimentais e estabelecer relações entre s/h_c , s/l e o regime de escoamento correspondente. Uma síntese desses resultados foi apresentada em Simões *et al.* (2011) e pode ser vista na Figura 3a. Empregando as equações que originaram as curvas dessa figura, estes autores desenvolveram a apresentação exposta na Figura 3b. Com esses gráficos, nota-se que não há concordância perfeita entre os modelos sugeridos para delimitação das fronteiras dos tipos de escoamentos. Entretanto, há claramente regiões do gráfico com boas concordâncias para as quais é possível definir o tipo de escoamento. Foi destacado também que o *skimming flow* possui sub-regimes. Ohtsu *et al.* (2004) classificaram como *Type B* o escoamento deslizante em canal com s/l alto, com pisos extensos em relação a altura do degrau, que possuem superfície livre aproximadamente paralela ao piso. O *Type A* ocorre com superfície livre quase paralela ao pseudo-fundo no trecho de escoamento quase uniforme.

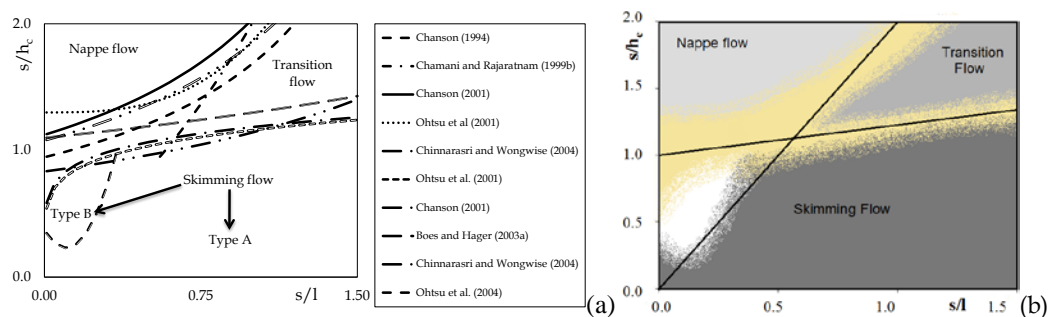


Figura 3: Determinação do regime de escoamento.

Fonte: Simões *et al.* (2011).

A altura de escoamento crítica, h_c , presente no adimensional da figura anterior, é calculada com a equação 3 para um canal retangular:

$$h_c = \left(\frac{q^2}{g} \right)^{1/3}, \quad (3)$$

em que $q = Q/B$ (vazão por unidade de largura), Q = vazão, B = largura do canal retangular e g = aceleração devido à gravidade. Tal formulação é resultado da análise da energia específica, $E = h + q^2/(h^2 2g)$ do escoamento em um canal retangular. Com $dE/dh = 0$, calcula-se $h = h_c$: $dE/dh = 0 = 1 - q^2/(h^3 g) \therefore h = h_c = (q^2/g)^{1/3}$.

Definindo $q = Q/P$, em que P = perímetro do degrau, que é função de z (Fig. 4), pode-se escrever s/h_c e z/h_c como funções de z . Observando a reta $z = ax + b$ formada pelo alinhamento das esquinas dos degraus, como na Figura 4, escreve-se:

$$\begin{cases} a = \tan \theta \\ b = -r_0 \tan \theta \end{cases} \Rightarrow z = \tan \theta x - r_0 \tan \theta \therefore x = \frac{z}{\tan \theta} + r_0 \quad (4)$$

$$P = 2\pi \left(\frac{z}{\tan \theta} + r_0 \right) = 2\pi \varphi(z) \quad (5)$$

Sendo o degrau uma função descontínua, tem-se, finalmente:

$$\text{Para } (n-1)s \leq z < ns, n=1, 2, 3, \dots, \text{ resulta } P = 2\pi \left(\frac{(n-1)s}{\tan \theta} + r_0 \right) = 2\pi \varphi(n). \quad (6)$$

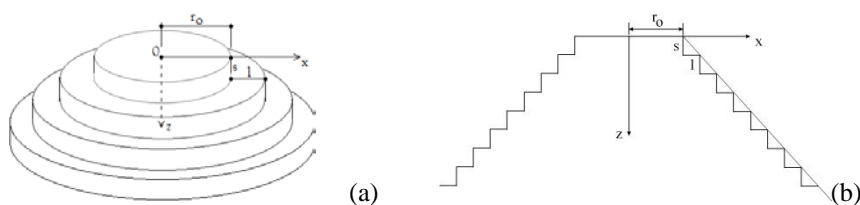


Figura 4: Definições geométricas; a) perfil; b) corte.

Em regime permanente, a vazão que escoar sobre a estrutura é uma constante, mas a vazão específica, $q = Q/P$, é função da posição ao longo de z . Deste modo, a variação da altura crítica equivalente ao longo de z é representada pela seguinte equação:

$$h_c = \left(\frac{Q^2}{4\pi^2 \phi(z)^2 g} \right)^{1/3} \quad \text{ou} \quad h_c = \left(\frac{Q^2}{4\pi^2 \phi(n)^2 g} \right)^{1/3} \quad (7)$$

O adimensional definido anteriormente em termos da altura do degrau, s/h_c , foi reescrito em função de z , como apresentado na equação (8). Considerando a eficiência de reoxigenação, o trabalho de Chanson (2002) mostra que há uma dependência com a altura da barragem adimensionalizadas com h_c , expressa aqui por meio de z/h_c (equação 9).

$$\frac{s}{h_c} = s \frac{(4\pi^2 g)^{1/3}}{Q^{2/3}} r_o^{2/3} \left(\frac{z}{r_o \tan \theta} + 1 \right)^{2/3}, \quad \text{ou} \quad \frac{s}{h_c} = s \frac{(4\pi^2 g)^{1/3}}{Q^{2/3}} r_o^{2/3} \left(\frac{(n-1)s}{r_o \tan \theta} + 1 \right)^{2/3} \quad (8)$$

$$\frac{z}{h_c} = z \frac{(4\pi^2 g)^{1/3}}{Q^{2/3}} r_o^{2/3} \left(\frac{z}{r_o \tan \theta} + 1 \right)^{2/3}, \quad \text{ou} \quad \frac{z}{h_c} = z \frac{(4\pi^2 g)^{1/3}}{Q^{2/3}} r_o^{2/3} \left(\frac{(n-1)s}{r_o \tan \theta} + 1 \right)^{2/3} \quad (9)$$

Os dados do autor mencionado indicam que para $z/h_c \cong 30$, $E_{15} \cong 0,65$ (E_{15} = eficiência da aeração a 15°C), em quedas sucessivas. Com essa informação preliminar, uma estrutura com altura de 1,0 m corresponde a $h_c(r_o) = 0,033$ m e $q(r_o) = 0,01905$ m²/s. Para realização das primeiras simulações, foi adotado $r_o = 0,20$ m, o que resulta em $P(r_o) \cong 1,26$ m e $Q \cong 0,02394$ m³/s. A altura escolhida para os degraus é $s = 0,10$ m, com $s/l = 1$. Nessas condições, $s/h_c = 3$ e o escoamento ocorreria, em um canal retangular, provavelmente em quedas sucessivas (ver Figura 3). Com as equações (8) e (9) e os valores mencionados, os adimensionais assumem valores muito superiores ao longo de z , o que sugere aumento da eficiência da aeração e maior tendência ao estabelecimento de um escoamento em quedas sucessivas.

Escoamento multifásico e Mecânica dos Fluidos Computacional

Escoamentos em canais escalonados são turbulentos e com elevados números de Reynolds, condição que impede atualmente a realização de simulações numéricas diretas. O mesmo ocorre com a estrutura analisada neste trabalho. Sendo assim, torna-se necessário o uso de modelos de turbulência quando se pretende resolver as equações de Navier-Stokes com médias de Reynolds e a equação de conservação de massa para o referido escoamento. O escoamento multifásico também requer o uso de aproximações. Neste trabalho foram empregados, em um domínio 3D, os modelos $k-\epsilon$ e modelo multifásico não homogêneo, cuja característica principal é o compartilhamento apenas do campo de pressões entre as fases.

Uma breve síntese do equacionamento para uma fase

A fim de auxiliar a compreensão do modelo empregado para o escoamento multifásico, considera-se útil uma breve apresentação das equações originais escritas para uma fase apenas. O balanço de massa desenvolvido para um fluido em escoamento, realizado em um volume de controle infinitesimal resulta na seguinte equação:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \vec{V}) = 0, \quad (\text{Equação de conservação de massa}) \quad (10)$$

em que ρ = massa específica do fluido, t = tempo e \vec{V} = campo de velocidade. Se o escoamento for incompressível, ρ = constante e a equação é reduzida a

$$\nabla \cdot \vec{V} = 0. \quad (11)$$

Empregando os princípios básicos desenvolvidos por Newton no livro *Philosophiae Naturalis Principia Mathematica* (as conhecidas três leis de Newton), Cauchy deduziu a equação 12, hoje conhecida como equação de Cauchy. Novamente, assim como para a equação 10, foi empregado um volume de controle infinitesimal.

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho \vec{V}) + \nabla \cdot (\rho \vec{V} \vec{V}) = \rho \vec{g} + \nabla \cdot \sigma^T, \quad (12)$$

em que \vec{g} = aceleração devido à gravidade e σ = tensor das tensões de Cauchy.

Dos princípios básicos de Mecânica dos Fluidos, sabe-se que um fluido em repouso pode experimentar forças de campo e forças decorrentes do contato. O campo considerado aqui é o gravitacional e, para condição de repouso, o contato resulta no conceito de pressão, p , que é entendida como a força por unidade de superfície, sendo a força normal à superfície e sempre comprimindo a superfície. O repouso é um caso particular do escoamento. Quando um fluido escoar, as interações entre partes de fluido e entre fluido e fronteiras sólidas acontecem também com contatos tangenciais, o que origina tensões de cisalhamento. As interações normais para condições de escoamento não podem ser descritas simplesmente com a pressão, que foi definida para o repouso. Desse modo, para um fluido em escoamento são necessários os conceitos de tensão normal e tensão tangencial. Essas tensões estão vinculadas ao conceito de viscosidade, que, para um fluido newtoniano e sob um ponto de vista mecânico, é uma constante de proporcionalidade existente entre tensão e deformação. Não há deformação para o fluido em repouso e com isso as tensões mencionadas seriam iguais a zero. Sabe-se, no entanto, que um fluido em repouso pode exercer forças sobre superfícies submersas, por exemplo. Nesse caso, para generalizar o conceito de tensão, deve ser incluída a pressão como parte da tensão normal. Matematicamente, esta síntese sobre o conceito do tensor das tensões de Cauchy pode ser escrita como:

$$\sigma = \begin{bmatrix} \sigma_{xx} & \sigma_{xy} & \sigma_{xz} \\ \sigma_{yx} & \sigma_{yy} & \sigma_{yz} \\ \sigma_{zx} & \sigma_{zy} & \sigma_{zz} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \tau_{xx} & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ \tau_{yx} & \tau_{yy} & \tau_{yz} \\ \tau_{zx} & \tau_{zy} & \tau_{zz} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} p & 0 & 0 \\ 0 & p & 0 \\ 0 & 0 & p \end{bmatrix}. \quad (13)$$

Na equação 13, a primeira matriz é o tensor das tensões de Cauchy, a segunda é o tensor das tensões viscosas e a terceira é um tensor esférico, isto é, com elementos iguais e diferentes de zero apenas na diagonal principal (o tensor encontrado quando se estuda a equação fundamental da hidrostática, que também pode ser obtida com as equações 12 e 13 para condição de repouso).

Se o tensor das tensões viscosas for considerado nulo, a combinação das equações 12 e 13 resulta na equação de Euler. Se a viscosidade for considerada, a combinação das equações 12 e 13 em um sistema com a equação 10 teria mais incógnitas do que equações. Navier, em 1922, foi provavelmente o primeiro a estabelecer relações entre tensão e deformação considerando a resolução deste problema. A dedução de tal relação entre tensão e deformação passou por aperfeiçoamentos, tendo sido apresentada em sua forma final por Stokes, em 1845. Como resultado da combinação da lei constitutiva que relaciona tensão e deformação para um fluido newtoniano com a equação de Cauchy, pode-se escrever a equação de Navier-Stokes:

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho \vec{V}) + \nabla \cdot (\rho \vec{V} \vec{V}) = \rho \vec{g} + \nabla \cdot (\mu(\nabla \vec{V} + (\nabla \vec{V})^T)), \quad (14)$$

em que μ = viscosidade dinâmica do fluido. A dedução da equação de Navier-Stokes pode ser encontrada em Batchelor (2000), White (2006) e, em português, em Schulz (2003) e Simões (2012), com todos os cálculos e hipóteses, incluindo a dedução da lei constitutiva.

Equacionamento para o escoamento multifásico

O escoamento multifásico é caracterizado pela presença de dois fluidos imiscíveis ou de uma espécie química em diferentes estados termodinâmicos, em escala macroscópica. Em escala molecular, define-se o escoamento multicomponente, cuja mistura de componentes experimenta os mesmos campos (velocidade, temperatura, etc.). Com esses conceitos, percebe-se que um escoamento pode ser tratado como multifásico e multicomponente ao mesmo tempo, como na Figura 5, que mostra a fase líquida (água), a fase gasosa (ar) e a transferência de oxigênio do ar para água (apenas uma das possíveis trocas em um escoamento como aquele da referida figura). O modelo matemático para o escoamento multicomponente é fruto do balanço de massa para um escalar (concentração de uma espécie química, temperatura) em escoamento (Schulz, 2003). Diferentes

estratégias têm sido empregadas para representação física-matemática de escoamentos multifásicos, como descrições eulerianas para as fases, descrições lagrangeanas e combinações dessas duas, como pode ser visto, por exemplo, em Alamy Filho (2006).

Modelos multifásicos podem ser classificados em homogêneos e não homogêneos. No primeiro caso, assume-se a hipótese de compartilhamento dos campos entre as fases. Isso significa que em um determinado processo de transporte, as quantidades escalares transportadas são as mesmas para todas as fases, com exceção da fração volumétrica, grandeza que caracteriza as diferentes fases. Os fluidos, quando representados pelo modelo não homogêneo, dividem apenas o campo de pressões e a interação entre eles é realizada através de termos de transferência interfacial. A seguir são apresentadas as equações no modelo não homogêneo adotado neste trabalho. Esses equacionamentos são descritos em CFX (2013).

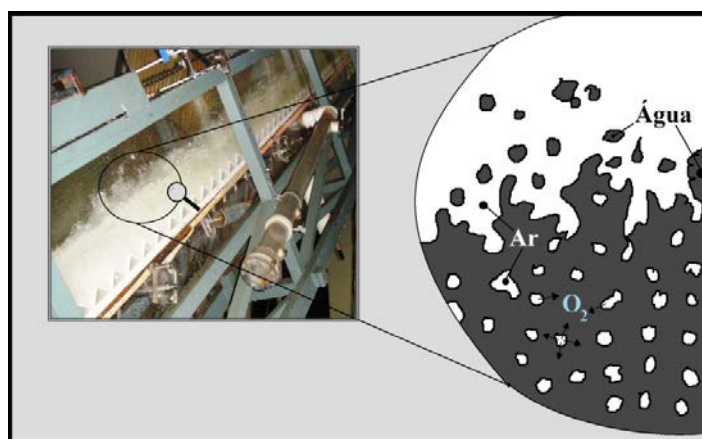


Figura 5: Escoamento multifásico – multicomponente ar-água.
Fonte: Simões (2012).

O modelo multifásico heterogêneo foi adotado para o estudo do problema deste trabalho. A equação de conservação de massa deduzida como parte do referido modelo assume a seguinte forma:

$$\frac{\partial}{\partial t}(r_{\alpha}\rho_{\alpha}) + \nabla \cdot (r_{\alpha}\rho_{\alpha} \vec{V}_{\alpha}) = S_{MS\alpha} + \sum_{\beta=1}^{N_p} \Gamma_{\alpha\beta}, \quad (15)$$

em que, $r_{\alpha} = \text{Vol}_{\alpha}/\text{Vol}$ é a fração volumétrica de uma fase α (α pode variar de 1 a N_p , com N_p = número total de fases); Vol_{α} é o volume da fase α e o volume total é representado por Vol ; a massa específica ρ_{α} é a massa específica do fluido ou da fase α (isolada da mistura). Note-se que o produto $r_{\alpha}\rho_{\alpha}$ representa a massa de α dividida pelo volume total, uma grandeza denominada densidade efetiva; se forem consideradas duas fases, 1 e 2, a densidade ou massa específica da mistura é definida como $r_1\rho_1 + r_2\rho_2 = (m_1+m_2)/\text{Vol}$; \vec{V}_{α} é o campo de velocidades da fase α ; $S_{MS\alpha}$ = termo fonte empregado para simulações de escoamento multifásico e

multicomponente; $\sum_{\beta=1}^{N_p} \Gamma_{\alpha\beta}$ = também é um termo fonte, que neste caso representa a taxa de variação temporal de massa por unidade de volume, quando ocorre transferência de massa da fase β para fase α .

A solução do problema multifásico requer a conservação de volume, representada matematicamente pelo somatório das frações volumétricas, que deve ser igual à unidade:

$$\sum_{\alpha=1}^{N_p} r_{\alpha} = 1. \quad (16)$$

Exceto pelos termos fonte, nota-se que as equações 10 e 15 apresentam semelhanças. O mesmo ocorre com a equação de Navier-Stokes adaptada ao modelo não homogêneo, que assume a seguinte forma:

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho_\alpha \vec{V}_\alpha) + \nabla \cdot (\rho_\alpha \vec{V}_\alpha \vec{V}_\alpha) = -\rho_\alpha \nabla p_\alpha + \nabla \cdot (\rho_\alpha \mu_\alpha (\nabla \vec{V}_\alpha + (\nabla \vec{V}_\alpha)^T)) + \sum_{\beta=1}^{N_p} (\Gamma_{\alpha\beta}^+ \vec{V}_\beta - \Gamma_{\beta\alpha}^+ \vec{V}_\alpha) + S_{M\alpha} + M_\alpha \quad (17)$$

A transferência de massa entre as fases induz transferência de quantidade de movimento, que é modelada pelo termo $\sum_{\beta=1}^{N_p} (\Gamma_{\alpha\beta}^+ \vec{V}_\beta - \Gamma_{\beta\alpha}^+ \vec{V}_\alpha)$, em que $\Gamma_{\alpha\beta}^+ > 0$ representa a taxa positiva de transferência de massa por unidade de volume da fase β para fase α . $\Gamma_{\alpha\beta} = \dot{m}_{\alpha\beta} A_{\alpha\beta}$, com $\dot{m}_{\alpha\beta}$ = taxa de transferência interfacial de massa por unidade de “área” interfacial. A área mencionada é, na verdade, área por unidade de volume. Ela deve ser modelada. Neste trabalho foi adotado o modelo de superfície livre que define, para duas fases,

$$A_{\alpha\beta} = |\nabla r_\alpha|. \quad (18)$$

O efeito gravitacional está presente no equacionamento como parte do termo fonte S_M , sendo calculado com

$$S_{Mg} = (\rho - \rho_{ref})g, \quad (19)$$

em que ρ_{ref} = massa específica do fluido menos denso, 1,185 kg/m³ para o ar empregado nas simulações deste trabalho. O último termo da equação 17, M_α , decorre da força interfacial de uma fase sobre a outra (força de sustentação, força de arrasto, entre outros casos).

Turbulência e o refinamento da malha

Escoamentos com elevados números de Reynolds são turbulentos e apresentam significativas variações do campo de velocidades com o tempo. Desse modo, a turbulência é caracterizada por ser dependente do tempo, além de apresentar variações espaciais. Uma observação mais refinada do escoamento mostra a ocorrência de movimentos oscilatórios em diferentes escalas. Esses movimentos são interpretados como movimentos turbulentos circulares, dando origem ao conceito de turbilhões. Os grandes turbilhões têm as suas dimensões limitadas pelas dimensões do conduto ou da estrutura que os contém, como a cavidade abaixo do pseudo-fundo vista na Figura 2c. Uma estrutura que participe da produção dos turbilhões também exerce influência sobre as suas dimensões, como um obstáculo inserido em um escoamento. Richardson (1922) propôs uma descrição que indica a existência de muitas escalas de turbulência, com turbilhões maiores, turbilhões menores e turbilhões intermediários. A conjectura de Richardson foi explorada e desenvolvida posteriormente por Taylor (1935), Kolmogorov (1941) e outros pesquisadores. Entre as contribuições de Kolmogorov, pode-se encontrar a equação 20, que exprime a relação entre as menores escalas de comprimento (η), denominadas microescalas de Kolmogorov, as grandes escalas (L) e o número de Reynolds, Re , das grandes escalas.

$$\frac{\eta}{L} = Re^{-3/4}. \quad (20)$$

Uma simulação numérica que pretenda simular as diferentes escalas de turbulência pode ser desenvolvida com as equações de Navier-Stokes e de conservação de massa (equações 10 e 14), sendo denominada de simulação numérica direta. Com essa abordagem, a malha computacional deve ser refinada o suficiente para capturar as menores escalas. Um cálculo aproximado do número de graus de liberdade de um escoamento turbulento e consequentemente do grau de refinamento exigido para a malha pode ser feito com $(L/\eta)^3 = Re^{9/4}$ (Lesieur, 2008). Com $Re = 10^5$, por exemplo, a malha deveria ser gerada com um número de elementos próximo de 10^{11} . Com os computadores existentes atualmente e considerando a velocidade exigida para realização de projetos, não é possível simular escoamentos com malhas refinadas com esse número de elementos e em regime não permanente.

Os obstáculos impostos pela incapacidade de armazenamento e processamento podem ter contribuído para o desenvolvimento e aperfeiçoamento de modelos para a turbulência. A simulação das grandes escalas de turbulência, por exemplo, pode ser realizada com a modelação apenas das menores escalas, prática conhecida como simulação das grandes escalas. Já as aplicações atreladas à engenharia encontram maiores contribuições com a modelagem de todas as escalas da turbulência. Neste caso, são empregados modelos de turbulência para todas as escalas, como o conhecido k- ϵ , e suas variações, k- ω , modelos de tensões de Reynolds, entre outros. Para o desenvolvimento deste trabalho foi adotado o modelo k- ϵ , que entre testes realizados por Simões *et al.* (2011) apresentou bons resultados para o cálculo da posição da superfície livre de escoamentos deslizantes sobre turbilhões. Simões (2012) simulou também os escoamentos em quedas sucessivas e comparações do padrão numérico obtido com aqueles encontrados experimentalmente sugerem que o k- ϵ também seja capaz de representar, de forma aproximada, os escoamentos em quedas sucessivas.

SOLUÇÕES NUMÉRICAS

Geometria e domínio computacional

Os domínios computacionais foram gerados tendo como referência os resultados obtidos com os cálculos preliminares apresentados, com degraus que têm $s = 1 = 10$ cm. A Figura 6a ilustra a forma adotada inicialmente. Com a realização de testes numéricos preliminares, considerando o custo computacional e o maior refinamento da malha, optou-se por simular apenas um quarto do domínio do escoamento, como indicado na Figura 6b. Para tornar possível o uso dessa estratégia foi necessária a condição de contorno de simetria. A fronteira de entrada é estabelecida com a imposição da velocidade média, V_e , vinculada ao valor da vazão e de r_0 . A saída é uma fronteira aberta, assim como o restante da superfície de controle localizada na parte superior. Deve-se mencionar também a rugosidade da superfície, assumida como sendo 0,16 mm e o uso da lei de parede.

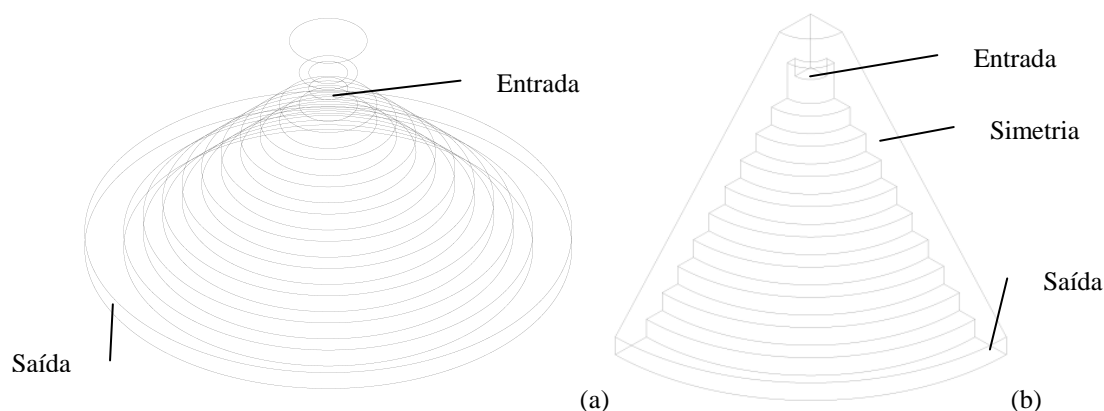


Figura 6: Domínio computacional: (a) domínio completo; (b) um quarto do domínio.

Soluções numéricas

Com os modelos descritos anteriormente, foram realizadas cinco simulações numéricas em domínios tridimensionais. Algumas informações relevantes sobre os cálculos realizados podem ser encontradas na Tabela 1. As três primeiras simulações, como indicado na Tabela 1 e Figura 7a,b,c, exigiram maior esforço computacional uma vez que a malha possui número de elementos próximo de $1,3 \times 10^7$. Como pode ser notado, vazões maiores produzem um escoamento que salta sobre alguns degraus após a colisão com o piso superior. Esse padrão se aproxima da condição esperada (*nappe flow*) com a redução da vazão, como ilustrado na Figura 7c. Em seguida, como estratégia já mencionada para reduzir o custo computacional, foram realizadas simulações em um quarto do domínio, tendo sido encontrados bons resultados com a comparação das Figuras 7c e 7d. Deve-se destacar também que o pós-processamento foi explorado com a apresentação de três iso-superfícies geradas para fração de vazios igual a 0,90, 0,95 e 0,99. Essas escolhas levam a apresentações com padrões diferentes e devem ser consideradas em conjunto com a resolução da malha, cuja influência é significativa na definição da interface ar-água para os cálculos com o modelo adotado.

Tabela 1: Informações sobre os experimentos numéricos realizados.

Simulação	V_e [m/s]	Malha	
		Nós	Elementos
1	1,20	2.203.650	12.613.338
2	0,60	2.203.650	12.613.338
3	0,30	2.203.650	12.613.338
4	0,30	555.558	3.156.268
5	0,191	555.558	3.156.268

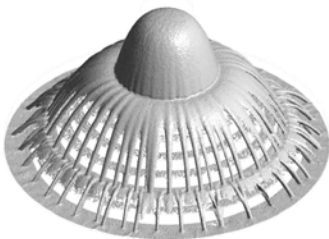
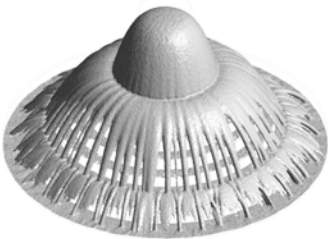




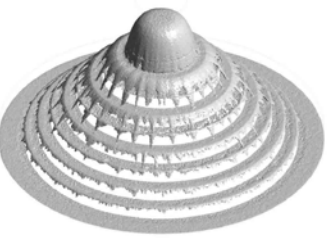
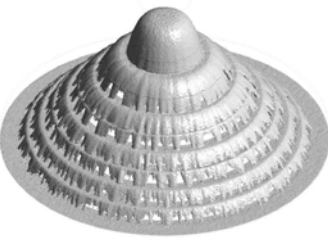


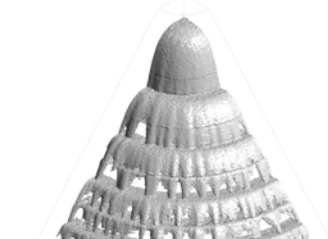

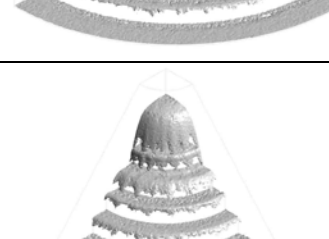
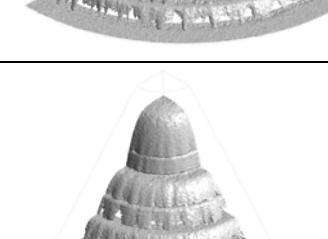
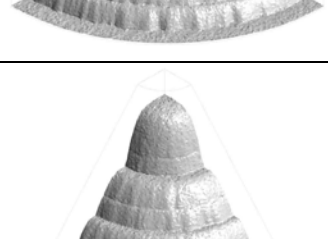
	$r_{ar} = 0,90$	$r_{ar} = 0,95$	$r_{ar} = 0,99$
Simulação 1 (a)			
Simulação 2 (b)			
Simulação 3 (c)			
Simulação 4 (d)			
Simulação 5 (e)			

Figura 7: Soluções numéricas: Visualização de iso-superfícies de fração volumétrica de ar.

CONCLUSÕES

Como observado nos resultados obtidos, o padrão simulado para a superfície livre corresponde ao escoamento esperado, em quedas sucessivas e com espalhamento ao longo do canal com perímetro crescente. Os modelos empregados (de turbulência e multifásico) foram capazes de representar qualitativamente as características do escoamento, sendo tal solução relevante para auxiliar a construção da estrutura real. Para estudos posteriores, recomenda-se incluir a característica multicomponente ao escoamento simulado, analisando, desta forma, as trocas gasosas com o balanço de massa para espécies em escoamento. Com a rigidez da estrutura em relação às cascatas, pode-se considerar o uso da mesma como flutuador. Lagos poluídos podem se beneficiar dessa geometria. Se a mesma se mostrar eficiente, estações de tratamento de esgoto também poderão encontrar aplicações.

Alguns aspectos relevantes são: Geometria compacta; a potência gasta se concentra em elevar a água (não há peças mecânicas para girar ou injetar ar, por exemplo); não há manutenção em peças (apenas o conjunto motor-bomba, um elemento mecânico bem conhecido); facilidade de limpeza, caso necessário; há um aumento da área potencial de contato para a troca gasosa à medida que o gradiente de concentração diminui; o esquema sugerido (considerando *nappe flow*) provavelmente sempre quebrará a superfície, o que minimizará o efeito inibidor dos filmes superficiais gordurosos; o tempo de contato está vinculado a um deslocamento ao longo da estrutura, o que permite fazer medidas locais em modelos ou protótipos para verificar a eficiência de medidas de otimização; os testes podem ser feitos com um equipamento construído em madeira e uma bomba centrífuga simples (lembrando que a bomba costuma deaerar a água – sendo um sumidouro de oxigênio).

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

1. ALAMY FILHO, J.E. (2006). Modelação numérica de processos de sedimentação em escoamentos turbulentos e análise da ressuspensão em canais. Tese (Doutorado), Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, 233 p.
2. CFX (2013). ANSYS CFX Solver theory guide.
3. BATCHELOR, G.K. (2000). An Introduction to Fluid Dynamics. Cambridge University Press, UK.
4. CHANSON, H. (2002). The hydraulics of stepped chutes and spillways. The Netherlands: A. A. Balkema Publishers. 384 p.
5. KOLMOGOROV, A.N. (1941a). Local structure of turbulence in an incompressible fluid at very high Reynolds numbers. Dokl. Akad. Nauk SSSR 30: 299-303;
6. KUMAR, A.; MOULICK, S.; SINGH, B.K.; MAL, B.C. (2013). Design characteristics of pooled circular stepped cascade aeration system. Aquacultural Engineering, 56(2013), 51-58.
7. KUMAR, A.; MOULICK, S.; MAL, B.C. (2014). Performance evaluation of different aeration systems for aquaculture. ASABE-CSBE/SCGAB Joint Meeting paper, 13p.
8. LESIEUR, M. (2008). Turbulence in fluids. 4th ed. Springer. 558 p.
9. MATOS, J.S.G. (1999). Emulsão de ar e dissipação de energia do escoamento em descarregadores em degraus. Research Report, IST, Lisbon, Portugal.
10. MONIN, A.S.; YAGLOM, A.M. (1965). Statistical fluid mechanics: mechanics of turbulence. Originally published in 1965 by Nauka Press, Moscow, under the title Statisticheskaya Gidromekhanika-Mekhanika Turbulentnosti. Dover edition, first published in 2007. Vol.(1,2).
11. NBR 12216 (1992). Projeto de estação de tratamento de água para abastecimento público. ABNT-Associação Brasileira de Normas Técnicas.
12. OHTSU, I.; YASUDA, Y. & TAKAHASHI, M. (2004). Flows characteristics of skimming flows in stepped channels. ASCE, Journal of Hydraulic Engineering. v.130, n.9, pp.860-869, Sept..
13. PETERKA, A. J. (1953). The effect of entrained air on cavitation pitting. Joint Meeting Paper, IAHR/ASCE, Minneapolis, Minnesota, Aug., 1953.
14. RICHARDSON, L.F. (1922). Weather prediction by numerical process. Cambridge University Press.
15. SCHULZ, H.E. (2003). O essencial em fenômenos de transporte. EESC/USP, 382p.
16. SIMÕES, A. L. A. (2008). Considerações sobre a hidráulica de vertedores em degraus: metodologias adimensionais para pré-dimensionamento. Dissertação (Mestrado) – Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, 2008.
17. SIMÕES, A. L. A. (2012). Escoamentos turbulentos em canais com o fundo em degraus: Resultados experimentais, soluções numéricas e proposições teóricas. Tese (Doutorado) – Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, 2012.

18. SIMÕES, A.L.A.; SCHULZ, H.E.; LOBOSCO, R.J.; PORTO, R.M. (2011). Stepped spillways: theoretical, experimental and numerical studies. In: Schulz, H.E.; Simões, A.L.A.; Lobosco, R.J. Hydrodynamics - Natural Water Bodies, ISBN 978-953-307-893-9, InTech Open Access Publisher.
19. TAYLOR, G.I. (1935). Statistical Theory of Turbulence. Proceedings of the Royal Society of London. Series A, Mathematical and Physical Sciences, Vol. 151(873) (Sep. 2), pp. 421-444
20. THAKRE, C.S.; HEDAOO, M.N. (2000). Rational approach for design of cascade aerator. 26th WEDC Conference. Dhaka, Bangladesh.
21. VIGNESWARAN, S.; BHATTARAI, K.K.; TIWAREE, R.S. (1989). Small Community Water Supply (An Illustrative Manual). Environmental Engineering Division. Asian Institute of Technology. Bangkok, Thailand. June, 1989.
22. WHITE, F. M. (2006). Viscous fluid flow. 3a ed. McGraw-Hill International Edition.
23. WOOD, I.R.; ACKERS, P.; LOVELESS, J. (1983). General method for critical point on spillways. Journal of Hydraulic Engineering, v. 109, n. 27, p. 308-312, 1985.