

IV-060 - FORMULAÇÃO PARA TRANSFERÊNCIA DE OXIGÊNIO ATRAVÉS DA INTERFACE AR-ÁGUA EM VERTEDORES EM DEGRAUS

André Luiz Andrade Simões⁽¹⁾

Doutor em Ciências, Programa de Engenharia Hidráulica e Saneamento, Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo.

Harry Edmar Schulz⁽²⁾

Professor Titular em Fenômenos de Transporte, Doutor em Engenharia Hidráulica e Saneamento, pela Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo. Pós-Doutorado em Hidráulica na Universidade de Minnesota, EUA. Pós-Doutorado em Mecânica dos Fluidos na Universidade de Karlsruhe, Alemanha.

Rodrigo de Melo Porto⁽³⁾

Professor Livre-Docente em Hidráulica, Doutor em Engenharia Hidráulica e Saneamento, pela Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo. Atuante nas soluções para o ensino de graduação na engenharia atual, autor do livro Hidráulica Básica.

Endereço^(1,2,3): Av. Trabalhador São Carlense, 400 – Centro – São Carlos – São Paulo – CEP: 13566-590 – Brasil – Tel: +55 (16) 3373-9552 – Fax: +55 (16) 3373-8269 – e-mail: simoes@sc.usp.br

RESUMO

É quantificada a dissolução de gases nos escoamentos bifásicos altamente turbulentos encontrados em canais escalonados. Esta quantificação parte da formulação básica para interfaces, utilizando posteriormente informações teóricas e semi-empíricas de literatura, que determinam expoentes usados em variáveis relevantes no escoamento em canais, como a profundidade do escoamento, e que também fornecem relações básicas entre variáveis intrínsecas ao escoamento, como a taxa de dissipação de energia e a intensidade turbulenta. O equacionamento final é obtido estabelecendo a dependência do coeficiente de transferência de oxigênio para com as variáveis mensuráveis do escoamento e comparando a consistência da presente formulação com dados coletados em experimentos laboratoriais e na literatura da área. A correlação obtida entre os dados experimentais e a previsão decorrente da abordagem aqui apresentada é muito boa, mostrando a conveniência deste estudo, apontando para a sua aplicação em situações similares àquelas dos experimentos conduzidos. Adicionalmente, esta boa correlação sugere a realização de testes em novas geometrias, de forma a validar e delimitar o campo de aplicação da presente formulação.

PALAVRAS-CHAVE: Aeração de escoamentos, transferência de massa interfacial, turbulência, vertedores em degraus, oxigenação.

INTRODUÇÃO E OBJETIVO

A oxigenação de corpos de água impactados por obras humanas é relevante para a manutenção da vida superior nesses corpos de água. Esta exigência torna-se mais evidente com as tendências de conservação do ambiente que se apresentam na sociedade atual. Assim, é preciso conciliar a necessidade de “progresso”, ocupação de terras, geração de energia, etc., com a manutenção da biodiversidade, a manutenção da qualidade do ar, da água e do solo, conferindo “sustentabilidade” às atividades humanas (em relação ao meio-ambiente). Nesse contexto, a quantificação da reaeração da água excedente de cursos de água represados é importante para dimensionar medidas corretivas, ou, na fase de projeto, mitigadoras dos impactos. O presente estudo considera a aeração possível em vertedores escalonados, no contexto acima descrito, e tem como objetivo a proposição de um modelo matemático para avaliar o coeficiente de transferência de massa em vertedores em degraus.

Pelo fato de a oxigenação ser um fenômeno que é controlado na interface de duas fases (gasosa: a atmosfera, e líquida: a água), dependente tanto de grandezas essencialmente moleculares (como a difusividade molecular e a atividade do oxigênio na interface) como de grandezas essencialmente macroscópicas (como a agitação turbulenta, o tamanho e a forma das bolhas de ar e das gotas de água), e considerando as dificuldades conceituais vinculadas à definição da interface, dos modelos de transporte a ela associados e da ausência de uma quantificação definitiva da turbulência, este tema, embora de aplicação prática evidente, envolve uma grande dose de interrogações ainda oriundas da falta de uma matriz de conhecimento adequadamente embasada.

Não obstante as dificuldades conceituais, as abordagens aplicativas valem-se da observação e da escolha judiciosa das variáveis relevantes na quantificação da oxigenação. O conjunto das observações e conclusões parciais, relatadas na literatura, associadas a experimentações específicas que quantificam a contribuição de aspectos isolados localizados através do bom senso de cada estudioso, paulatinamente permitem o estabelecimento de formulações melhor condicionadas aos escoamentos e com maior potencial de aplicação. É nesse sentido que o presente trabalho foi conduzido, no objetivo mencionado de apresentação de um modelo matemático para o coeficiente de transferência de massa em canais escalonados.

METODOLOGIA UTILIZADA

Uso da conceituação básica e fundamentação teórica

O modelo analítico clássico que representa a absorção de oxigênio por meio da interface ar-água em um volume fixo de água, sem outra fonte de oxigênio que não seja a atmosfera, pode ser escrito com as seguintes formas (Schulz, 2003):

$$C(t) = C_s - [C_s - C(0)]\exp(-K_2t) \quad (1a)$$

$$r = \frac{C_s - C(0)}{C_s - C(t)} = \exp(K_2t) \quad (1b)$$

$$\begin{cases} E_T = 1 - \frac{1}{r} = 1 - \frac{C_s - C(t)}{C_s - C(0)} = \frac{C(t) - C(0)}{C_s - C(0)}; \\ E_T = 1 - \exp(-K_2t). \end{cases} \quad (1c)$$

em que $C(t)$ =concentração de oxigênio na água para um determinado instante t (massa de oxigênio por unidade de volume); C_s =concentração de saturação; $C(0)$ =concentração inicial (em $t=0$); K_2 =coeficiente de reoxigenação; t =tempo; r =déficit; E_T =eficiência da aeração a uma dada temperatura T .

A dedução da equação 1a para as condições mencionadas pode ser encontrada em Schulz (2003, p.175-176). Considera-se um volume de controle com uma parte da superfície de controle composta pela superfície livre, através da qual ocorre o fluxo de massa, J_A :

$$J_A = A_s^{-1} \frac{dM}{dt} \quad (2)$$

em que A_s =área interfacial, correspondente à superfície livre que separa líquido e gás. M é a massa do soluto, igual ao produto de $C(t)$ com o volume $A_s h$, sendo h a altura do volume. Neste caso $C(t)$ é uma concentração média no seio do líquido, admitindo-se que a mistura ocorre de forma instantânea, ou seja, sem variações espaciais da concentração. Com esta definição e uma equação análoga à lei de Newton do resfriamento, obtém-se:

$$\frac{dC(t)}{dt} = \frac{h_{tm}}{h} [C_s - C(t)] \quad (3)$$

Nesta equação h_{tm} é o coeficiente de transferência de massa, que dividido pela altura do volume líquido (h) resulta no coeficiente de reoxigenação K_2 . Deste modo, fica demonstrada a origem da equação 1a, que é solução da Equação Diferencial Ordinária representada pela equação 3.

Uso de informações semi-empíricas e proposição do modelo para K_2

O coeficiente de reoxigenação é função de características dos fluidos separados pela interface, da agitação do meio líquido e do meio gasoso e de fatores externos, como a temperatura. Este item propõe uma formulação para avaliação de K_2 em vertedores a partir de considerações adequadas acerca da energia cinética turbulenta junto à superfície livre. Trata-se de uma proposta elaborada por Simões (2011), na qual o encadeamento dos conceitos e idéias particulares de autores da literatura citada foi elucidativo para consubstanciar esta proposta, podendo-se talvez evidenciar as contribuições de Schulz e Giorgetti (1986) e Schulz (1985, 1989, 2001, 2003).

Nesses estudos, a base teórica seguida consistiu das propostas de Corrsin (1957, 1964). Adicionalmente, mostrou-se como a escala de segregação, uma grandeza estatística presente nos modelos de Corrsin, poderia ser adequadamente descrita em fenômenos interfaciais, o que foi possível a partir da utilização de conceitos de onda quadrada aleatória. Note-se que a ponte conceitual entre os misturadores e o fenômeno de transferência interfacial de massa é que garante a possibilidade de uso de conceitos desenvolvidos para turbulência nas questões fronteiriças. De outra forma, sem esta ponte conceitual, as propostas assumem a característica essencialmente empírica. No presente estudo, considera-se que a base conceitual seja a mesma apresentada em Schulz (1985, 1989) e Schulz e Giorgetti (1986). No tocante à taxa de dissipação de energia cinética turbulenta, ε , assumindo que toda energia introduzida no escoamento por meio das grandes escalas é dissipada pelos efeitos viscosos, pode-se escrever:

$$\varepsilon = V_I^3 / L_I \quad (3)$$

Nesta equação V_I é a velocidade característica das grandes escalas e L_I é o comprimento característico das grandes escalas (ou comprimento médio dos grandes turbilhões). Este resultado é um princípio importante que decorre da cascata de energia, para altos números de Reynolds, como mencionado por Pope (2009, p.244). De acordo com Rodi (2007, p.20-21), Kolmogorov, em 1942, e Prandtl, em 1945, sugeriram que $k_\varepsilon^{1/2}$ (k_ε é a energia cinética turbulenta por unidade de massa) é a melhor representação para a escala de velocidade associada aos grandes turbilhões, justificando tal proposta no fato deles conterem a maior parte da energia cinética. Portanto, $V_I = k_\varepsilon^{1/2}$, o que leva ao seguinte resultado:

$$\varepsilon = k_\varepsilon^{3/2} / L_I \quad (4)$$

Adotando um procedimento similar ao empregado para representação de ε (ver Pope, 2009, p.370), considera-se que a equação 4 deva ser corrigida com uma constante C_D :

$$\varepsilon = C_D k_\varepsilon^{3/2} / L_I \quad (5)$$

Os comentários acima não consideram perfis de velocidade, ou escalas preferenciais. Em outras palavras, há isotropia implicitamente considerada. Entretanto, mesmo no caso de escoamentos gerais, nos quais se desenvolvem perfis de velocidade, as mesmas expressões são utilizadas, sabendo-se que pode haver variações, por exemplo, nos coeficientes propostos. Em escoamentos que seguem a lei logarítmica para a velocidade média, $L_I = l_m = \kappa x_2$ (l_m =comprimento de mistura, κ =constante de von Kármán e x_2 =eixo coordenado perpendicular à parede), $C_D = 0,166$, como pode ser visto em Pope (2009, p.372). Para o caso mais geral, em que haja escoamentos preferenciais, C_D é função do número de Reynolds, como ilustrado por Nezu e Nakagawa (1993, p.22). Note-se, portanto, que a equação 5 vale, em princípio, para qualquer escoamento, mesmo aquele sem escoamento médio e isotrópico (lembrando que a isotropia é necessariamente decadente). Urban *et al.* (2005) empregaram este resultado para avaliar o decaimento da turbulência ao longo de bacias de dissipação a jusante de vertedores. Com as equações apresentadas até aqui, observa-se que é necessário calcular o comprimento L_I . Nezu e Nakagawa (1993, p.70-72) estudaram a relação entre L_I/h e a profundidade normalizada $(y-k_r)/(h-k_r)$, em que k_r =altura de rugosidade. Para a região próxima à superfície livre, ou seja, para valores de $(y-k_r)/(h-k_r)$ próximos da unidade, L_I/h assume valores entre, aproximadamente, 0,4 (fundo rugoso: *clips*, cascalho ou areia grossa (*gravel*), seixo ou cascalho (*pebbles*)) e 0,62 (fundo liso). Os degraus podem inicialmente ser classificados como macro rugosidades, entretanto, uma equivalência “de fato” entre os degraus e os elementos de rugosidade citados deve ser verificada experimentalmente. A rigor, esta verificação é necessária porque o escoamento deslizante sobre turbilhões envolve a formação de grandes turbilhões com dimensões bem definidas (já que os degraus possuem geometria bem definida), além de haver a ocorrência do escoamento principal sobre a camada de líquido (ou líquido e ar) que compõe o escoamento secundário presente nas cavidades. Entretanto, considerando a identidade mencionada entre macrorugosidades e degraus, uma aproximação linear entre L_I e h , com uma constante λ_I a ser determinada, pode ser adotada (conforme Nezu e Nakagawa, 1993), na forma:

$$L_I = \lambda_I h \quad (6)$$

Combinando as equações 5 e 6, obtém-se:

$$\varepsilon = c \frac{k_e^{3/2}}{h} \quad (7)$$

em que $c = C_D/\lambda_l$ e h = altura de escoamento (perpendicular ao fundo ou pseudo fundo).

Neste estágio da construção do modelo, utilizou-se a proporcionalidade empírica observada entre K_2 , a taxa de dissipação de energia e h encontrada por diversos autores. Trata-se de uma relação estabelecida por meio de potências, com a forma apresentada pela equação 8 (Schulz, 1985 e Schulz e Giorgetti, 1986). Nesta equação, a constante λ_K e os expoentes n e y assumem diferentes valores quando são observados os estudos de diversos pesquisadores, como ilustrado por meio da Tabela 1, que contém dados reunidos por Rathbun (1977).

$$K_2 = \lambda_K \varepsilon^n h^y \quad (8)$$

Substituindo a equação 7 na equação 8 é obtido o modelo para o coeficiente de reoxigenação K_2 em função da energia cinética turbulenta e da altura de escoamento. Empregando os adimensionais $\Gamma = h/h_c$ e $k_e^* = w'^2/(gh_c) = (w'/V_c)^2 = k_e/e_c$ é possível obter a equação 10. Nestas definições, h_c = altura crítica, w' = intensidade turbulenta ($w' = \sqrt{w^2}$, em que w é a flutuação da componente vertical), V_c = velocidade crítica e $e_c = (3/2)V_c^2$.

$$K_2 = \psi k_e^{3n/2} h^{y-n} \quad (9)$$

$$K_2 = \psi h_c^{n/2+y} \left(\frac{3}{2}g\right)^{3n/2} k_e^{*3n/2} \Gamma^{y-n} \Rightarrow$$

$$K_2^* = \frac{K_2}{\psi h_c^{n/2+y}} = k_e^{*3n/2} \Gamma^{y-n} \quad (10)$$

em que $\psi = \lambda_K c^n$ e $\psi_1 = \psi \left(\frac{3}{2}g\right)^{3n/2}$.

Tabela 1: Expoentes n e y apresentados por diversos autores

n	y	Autores citados por Rathbun (1977)
0,323	1,353	Churchill <i>et al.</i>
0,33	1,00	Langbein-Durum
0,24	1,51	Owens <i>et al.</i>
0,33	1,17	Isaacs-Gaudy
0,22	1,63	Owens <i>et al.</i>
0,28	0,57	Negulesku-Rojanski
0,17	1,33	O'Connor-Dobbins
0,234	0,820	Padden-Gloyne
0,20	1,20	Bansal
0,202	1,487	Bennett-Rathbun
0,375	1,00	Parkhurst-Pomeroy
0,408	0,66	Krenkel-Orlob
0,500	1,00	Cadwallader-McDonnel
0,375	1,00	Dobbins
1,00	0	Tsivoglow-Wallace

Fonte: Rathbun (1977).

Vale mencionar que a dependência do coeficiente de aeração para com uma potência da taxa de dissipação de energia segue também do uso dos misturadores de Corrsin (1957, 1964) e das considerações com ondas quadradas aleatórias de Schulz (1985, 1989). Schulz e Giorgetti (1986). O vínculo conceitual, portanto, fundamenta-se nessa abordagem.

COMPORTAMENTO DE K_2^* AO LONGO DO ESCOAMENTO: APROXIMAÇÃO PARA n E y CONSTANTES

Para que seja possível calcular valores de K_2^* a partir dos dados experimentais deste trabalho é necessária a determinação dos expoentes n e y . Os dados da Tabela 1 fornecem os seguintes valores médios: $n=0,35$ e $y=1,05$. Ao relacionar os números de Sherwood ($Sh=h_{tm}d_p/D$, h_{tm} =coeficiente de transferência de massa; d_p =diâmetro da partícula; D =difusividade molecular; ν =viscosidade cinemática), de Schmidt ($Sc=\nu/D$) e de Reynolds ($Re_p=\varepsilon^{1/3}d_p^{4/3}/\nu$) é possível calcular $n=1/4$ para um problema de dissolução de esferas (ver Schulz, 2001, p.20). O mesmo valor para o expoente, *i.e.*, $n=1/4$, foi deduzido por Schulz (1990, 2001) para o caso mais geral de dissolução de sólidos em escoamentos turbulentos. Adicionalmente, o expoente $y=1,00$ é discutido teoricamente em Schulz (1985, 1990). Optou-se, por conseguinte, pelo uso de $n=1/4$ e $y=1,05$ para avaliar a distribuição de K_2^* ao longo de $(z-z_i)/h_c$, sendo esta opção entendida como uma primeira aproximação, já que a quebra da superfície livre e a conseqüente formação de gotas e bolhas de ar podem alterar o valor de n e de y (Roberts, 1984).

Como pode ser visto na Figura 1a, o parâmetro adimensional K_2^* aqui proposto não mostra uma evolução consistente para com $(z-z_i)/h_c$ antes do ponto de início da aeração. Considerando o fato físico de que a aeração a ser quantificada é aquela que se verifica posteriormente ao ponto ruptura da interface, ou seja, a aeração do escoamento bifásico, este comportamento inicial não representa um problema prático. No contexto conceitual pode-se aventar que o potencial de aeração de superfícies não quebradas (escoamento monofásico) ainda necessita ser melhor averiguado. Como comentado, o foco do presente estudo é a fase dispersa (bifásica). Adicionalmente, vale lembrar que esses são comportamentos exploratórios, destinados a comparações iniciais com dados medidos e relatados na literatura. Os valores mínimo e máximo obtidos na Figura 1a foram 0,03 e 0,11, com média de 0,066. No contexto prático, observa-se que a partir do ponto de início da aeração, ilustrado na Figura 1b, K_2^* cresce com a posição o longo do canal. Tal comportamento é consistente com a variação da energia cinética turbulenta e das profundidades para esta região do escoamento. Como mencionado, é nesta região que há o “rompimento” da superfície livre, com a formação de ondas, fragmentos e demais estruturas turbulentas de grandes dimensões em relação às que ocorrem na superfície livre do escoamento monofásico. Uma aproximação de cunho empírico para os valores intermediários de K_2^* em função de $(z-z_i)/h_c$ é fornecida por meio da equação 11a e a envoltória dos dados corresponde às equações 11b (inferior) e 11c (superior), válidas para $0 < (z-z_i)/h_c < 5$. As curvas obtidas com estas equações podem ser vistas na Figura 1b.

$$K_2^* = 0,058 + \frac{0,157}{1 + \exp[-(Z_i - 2,17)/8,69]} \quad (11a)$$

$$K_2^* = 0,044 + \frac{0,11}{1 + \exp[-(Z_i - 2,17)/8,69]} \quad (11b)$$

$$K_2^* = 0,07 + \frac{0,2}{1 + \exp[-(Z_i - 2,17)/8,69]} \quad (11c)$$

em que $Z_i=(z-z_i)/h_c$.

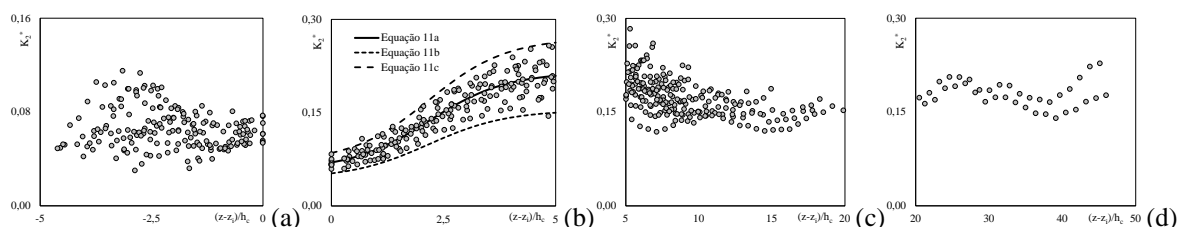


Figura 1: Variação de K_2^* com expoentes constantes n : (a) Escoamento monofásico; (b) Escoamento bifásico na região de transição até o primeiro pico dos valores de energia cinética turbulenta; (c) resultados obtidos para região entre o primeiro pico e a região final de decaimento das quantidades estatísticas em $(z-z_i)/h_c=20$; (d) resultados calculados para região final.

Os resultados para $5 < (z-z_i)/h_c < 20$ são apresentados na Figura 1c. Eles correspondem à região de decaimento da turbulência. A Figura 1d contém os pontos restantes, para $20 < (z-z_i)/h_c < 46$. Observa-se que o caráter ondulatório presente em Γ também ocorreu para estes valores de K_2^* , que oscilam em torno de um valor médio de 0,18.

A Figura 1 traz a informação conceitualmente importante de que a transferência interfacial de massa é uma função pontual, ou seja, ela evolui ao longo do escoamento. A representação adotada permite observar um crescimento evidente desde o ponto de início de aeração até atingir uma distância adimensional $(z-z_i)/h_c$ próxima do valor 5. Posteriormente há um decréscimo do coeficiente adimensionalizado de transferência de massa, que, entretanto, não atinge o valor mínimo que possuía antes de romper a interface. Adicionalmente localiza-se uma faixa de variação possível do coeficiente adimensionalizado de transferência de massa, faixa esta que pode inclusive ser quantificada, como demonstrado com as equações das envoltórias 11b e 11c. Este conjunto de informações é relevante para o entendimento da estrutura vertedora enquanto desempenhando o papel de estrutura aeradora. Caso se deseje otimizar a aeração (por razões ambientais, por exemplo), a localização do ponto de máxima aeração é o caráter mais importante para uma análise objetiva, pois sem esta localização não há como garantir que eventuais redimensionamentos serão efetivos. Adicionalmente, possuir um equacionamento que agregue de forma plausível as variáveis relevantes (equações 10 e 11a) permite que se proponham meios de reposicionar este pico ao longo da estrutura vertedora, como a modificação de detalhes na geometria dos degraus (inclinação das superfícies, arestas arredondadas ou não, inserção de abas, por exemplo). Este conjunto de informações não está presente em formulações anteriores para a aeração, segundo o conhecimento dos autores, sendo uma contribuição considerada relevante do presente estudo.

Inclusão das dimensões dos degraus na formulação

Schulz (1990) efetuou uma análise fundamentada nos misturadores de Corrsin (1957, 1964) para localizar as grandezas turbulentas relevantes na quantificação de K_2 e, a partir de aproximações semi-empíricas e de seus próprios dados experimentais, estabeleceu uma relação entre K_2 , ε e a rugosidade absoluta equivalente, ϕ , empregada, na sua forma mais simples, como proporcional à escala integral de Taylor (ou seja, seria uma medida indireta desta escala). Schulz (1990) menciona que a escala de Taylor pode ser função da rugosidade e da agitação do meio, representada por ε (o que justifica a modificação do expoente de ε de 1/4 para 0,49) e trabalhou com rugosidades absolutas produzidas utilizando brita peneirada, ao longo de um canal de 20,0 m de comprimento. A equação obtida pelo autor mencionado, já considerando as constantes de proporcionalidade embutidas na constante única, é reproduzida na equação 12:

$$K_2 = 0,041\varepsilon^{0,49}\phi^{-0,154} \quad (\phi \text{ em metros}) \quad (12)$$

Simões (2011) propôs que a rugosidade presente na equação 12 seja substituída por $k = \text{scos}\alpha$, para aplicações relacionadas a vertedores em degraus. Trata-se de uma sugestão semelhante à apresentada por Tozzi (1992), relacionada à camada limite. Aqui apresenta-se a equação resultante desta proposta, mas a dependência de K_2 com k expressa desta forma deve ser verificada por meio de experimentos, assim como o valor do expoente. Tem-se, então:

$$K_2 = 0,041\varepsilon^{0,49}k^{-0,154} \quad (k \text{ em metros}) \quad (13)$$

Se se admite, por razões de simplificação, $c=1$, a equação 7 e a equação 13 podem ser combinadas resultando em:

$$K_2 = 0,041(k_e^{0,735} / h^{0,49})k^{-0,154} \quad (14)$$

Observa-se que este equacionamento é de aplicação imediata desde que os expoentes e constante correspondam adequadamente aos vertedores em degraus. Nota-se que ao substituir a taxa de dissipação de energia pela energia cinética turbulenta, o coeficiente de reoxigenação fica relacionado de forma inversa com a altura de escoamento h .

É importante frisar que as equações 12 a 14 são consideradas no presente estudo para evidenciar a importância da rugosidade de fundo neste tipo de equacionamento. É, essencialmente, esta a informação utilizada na seqüência, ao apresentar a formulação final do presente estudo.

Informações de dados experimentais da literatura e formulação final

Chanson (2002, p.196) apresentou resultados experimentais que relacionam E_{15} e H_{dam}/h_c (ou z/h_c , como utilizado neste texto) para $\alpha=11^\circ$, $\alpha=22^\circ$ e $\alpha=45^\circ$ em regime deslizante sobre turbilhões (Lembrando que E_{15} é a eficiência de aeração para a temperatura de 15°C). Este autor comenta que a transferência de massa a

montante do ponto de início da aeração é próxima de zero e apresenta uma metodologia semi-empírica para avaliar a eficiência levando em consideração a área interfacial devida às bolhas incorporadas ao escoamento. Com base nos dados de Chanson (2002), sugere-se a equação de cunho empírico 15, com coeficiente de correlação de 0,96. A Figura 2 ilustra os resultados obtidos com esta equação em comparação aos dados experimentais de Chanson (2002).

$$E_{15} = 1 - \exp[-0,011(z/h_c)^{1,3}] \quad (15)$$

A equação é válida para $\alpha=11^\circ$, $\alpha=22^\circ$, $\alpha=45^\circ$ e $7,8 < z/h_c < 32,5$, aproximadamente.

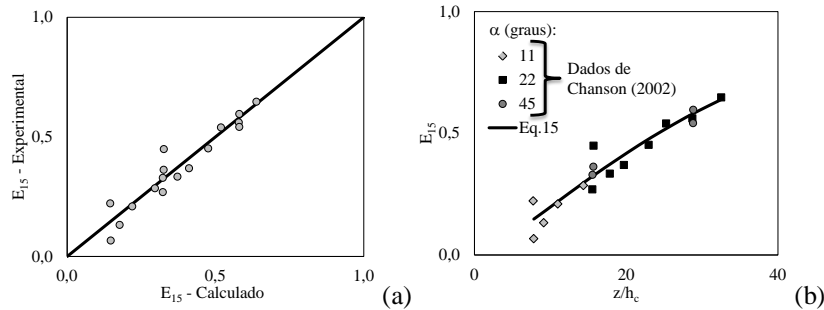


Figura 2: Comparação entre a equação 15 e os dados experimentais de Chanson (2002)

A boa qualidade do ajuste representado pela função 15 e a forma desta equação possibilitaram comparar as equações 1c e 15. Tal analogia conduz naturalmente à igualdade apresentada na equação 16.

$$K_2 t = 0,011(z/h_c)^{1,3} \quad (16)$$

Com base na informação contida na equação 16, que advém da bagagem construída paulatinamente na literatura da área, considerou-se novamente a definição de K_2^* , agora fundamentada em uma análise dimensional adicional, que incluísse o parâmetro adimensional $(z/h_c)^{1,3}$ e um novo parâmetro que também considerasse a informação contida na equação 14, ou seja, de que a rugosidade de fundo é importante. Nesse caso, o parâmetro adicionado ao equacionamento foi representado pela razão (k/h_c) , evidentemente elevada a um expoente ajustável, r . Esse novo conjunto de informações permitiu utilizar os dados experimentais desta pesquisa em conjunto com dados da literatura. Deste modo, propõe-se o parâmetro adimensional apresentado na equação 17, definido como K_2^o (corresponde ao produto $K_2 t$ - ver detalhes em Simões, 2011). Como se vê na equação 17, esta nova análise dimensional considera as análises e informações precedentes, contidas em K_2^* (equação 10), em k , (equação 14) e em z/h_c (equação 16). Os resultados obtidos com esta formulação podem ser vistos na Figura 3, calculados com $n=1/4$, $y=1,05$, $c^n=0,06$ e $r=-0,01$. Note-se que, neste caso, as avaliações de cunho teórico efetuadas para partes do problema e relatadas na literatura puderam ser utilizadas de forma imediata. Em termos práticos, observa-se que o uso dos expoentes apresentados ao longo do texto conduziu a uma boa aproximação entre os dados, sendo necessário o cálculo apenas de c^n . Nesta comparação, entretanto, não foi considerada a correção a ser efetuada para a temperatura do sistema ar-água

$$K_2^o = K_2^* c^n \left(\frac{z}{h_c} \right)^{1,3} \left(\frac{k}{h_c} \right)^r = \frac{K_2}{\lambda_K \left(\frac{3}{2} g \right)^{3n/2} h_c^{n/2+y}} \left(\frac{z}{h_c} \right)^{1,3} \left(\frac{k}{h_c} \right)^r \Rightarrow \quad (17)$$

$$K_2^o = c^n \left(\frac{z}{h_c} \right)^{1,3} K_e^{*3n/2} \Gamma^{y-n} \left(\frac{k}{h_c} \right)^r$$

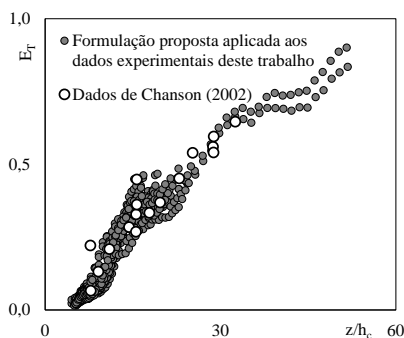


Figura 3: Comparação entre os dados calculados com base na formulação proposta neste trabalho e os dados experimentais de Chanson (2002). Os valores de z/h_c correspondem às distâncias desde a crista até a cota de fundo da bacia de dissipação ou até a cota do piso do degrau mais baixo.

CONCLUSÕES

Neste trabalho foi apresentada uma formulação semi-empírica para avaliar a reoxigenação em escoamentos em vertedores e canais em degraus. Tal formulação envolve a energia cinética turbulenta junto à superfície livre, as alturas de escoamento médias, a rugosidade formada pelos degraus e a posição ao longo do canal. Utilizando informações empíricas e conceituais encontradas na literatura, foi possível determinar as constantes do modelo proposto. Ao comparar a formulação obtida com dados experimentais de eficiência existentes na literatura, constatou-se boa sobreposição entre os resultados, o que indica a qualidade das relações exploradas para canais e vertedores com o fundo em degraus.

A formulação proposta para a quantificação do coeficiente de aeração para vertedores escalonados mostra que os conceitos da área podem ser retrabalhados para a geometria considerada. Apesar da exiguidade de dados medidos especificamente para quantificar a aeração em canais escalonados, o uso dos dados já existentes e as considerações aqui tecidas permitiram relacionar informações de diferentes origens para obter o coeficiente de aeração, mostrando que esta abordagem é merecedora de atenção pelos estudiosos da área.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

1. CHANSON, H. (2002). The hydraulics of stepped chutes and spillways. The Netherlands: A. A. Balkema Publishers. 384 p.
2. CORRISIN, S. (1957). Simple theory of an idealized turbulent mixer. A.I.Ch. E. Journal. U.S.A., V.3(3), pp.329-330.
3. CORRISIN, S. (1964). The isotropic turbulent mixer: Part II-Arbitrary Schmidt Number. A.I.Ch. E. Journal, V.10(6), pp.870-877.
4. MOOG, D.B.; JIRKA, G.H. (1999). Air-water gas transfer in uniform channel flow. Journal of Hydraulic Engineering, V.125(1), pp.3-10.
5. RATHBUN, R.E. (1977). Reaeration Coefficients of Streams-State-of-the-Art. Journal of the Hydraulics Division, Vol. 103, No. 4, April 1977, pp. 409-424.
6. SCHULZ, H.E. (1985). Investigação do mecanismo de reoxigenação da água em escoamento e sua correlação com o nível de turbulência junto à superfície - I. Dissertação (Mestrado) – Escola de Engenharia de São Carlos – Universidade de São Paulo, São Carlos, 356 p.
7. SCHULZ, H.E.; GIORGETTI, M.F. (1986). Um modelo de transferência de oxigênio na interface ar-água a partir da teoria estatística da turbulência. II Congresso Latinoamericano de Transferência de Calor e Matéria. Volume 1, São Paulo.
8. SCHULZ, H.E. (1989). Modelos matemáticos para reoxigenação em canais de pequeno porte com base na teoria estatística da turbulência. 4º Simpósio Luso-Brasileiro de Hidráulica e Recursos Hídricos, Tema 7, Obras Hidráulicas e Impactos Ambientais. Lisboa, Portugal.
9. SCHULZ, H.E. (1990). Investigação do mecanismo de reoxigenação da água em escoamento e sua correlação com o nível de turbulência junto à superfície - II. Tese (Doutorado) – Escola de Engenharia de São Carlos – Universidade de São Paulo, São Carlos, 896 p.
10. SCHULZ, H.E. (2001). Alternativas em turbulência. EESC/USP, 127 p.
11. SCHULZ, H.E. (2003). O essencial em fenômenos de transporte. São Carlos: EESC/USP, 2003. 398 p.

12. SIMÕES, A.L.A. (2011). Escoamentos em canais e vertedores com o fundo em degraus: desenvolvimentos experimentais, teóricos e numéricos. Relatório (Doutorado) – Escola de Engenharia de São Carlos – Universidade de São Paulo, 157 pp.
13. SIMÕES, A.L.A.; SCHULZ, H.E.; PORTO, R.M. (2011). Transition length between water and air-water flows on stepped chutes. Computational Methods in Multiphase Flow VI, pp.95-105, doi:10.2495/MPF110081, Kos, Greece.