

## XI-006 – ECONOMIA DE ENERGIA ELÉTRICA MEDIANTE A OPERAÇÃO OTIMIZADA DE UM SISTEMA DE ADUÇÃO DE ÁGUA TRATADA

**Luiz Carlos Alves de Souza<sup>(1)</sup>**

Engenheiro Civil formado pela Universidade São Francisco, Especialista em Tecnologia de Energia pela FEM/UNICAMP, Mestre em Hidráulica e Saneamento pela EESC/USP, doutorando em Recursos Hídricos pela FEC/INCAMP. Atua como Engenheiro Civil no Departamento de Águas e Esgotos de Valinhos-SP/Brasil.

**Endereço<sup>(1)</sup>:** Avenida Orozimbo Maia, s/n, CEP 13.274-000, Fone (19) 2122-4425, Fax (19) 38715879, email luiz.souza@daev.org.br.

### RESUMO

A operação otimizada de um sistema de bombeamento de água pode possibilitar economia de energia elétrica por intermédio do estabelecimento de regras operativas que, compatibilizadas à demanda de água, permite o adequado abastecimento de água e ainda resulta em benefícios relativos à economia de energia. O presente trabalho apresenta os resultados obtidos de um modelo de otimização aplicado a um sistema de bombeamento de água tratada, cujos dados indicam reais possibilidades de economia de energia mediante a operação otimizada das bombas de adução de água tratada.

**PALAVRAS-CHAVE:** Otimização, economia de energia, sistema de bombeamento.

### INTRODUÇÃO

A demanda sempre crescente por água tratada, principalmente nas cidades mais populosas ou regiões metropolitanas, pressiona constantemente as companhias de água a adotarem cada vez mais, métodos e técnicas que permitam o adequado abastecimento de água ao menor custo possível. Nesse aspecto, há grande interesse em identificar as possibilidades para economia de energia elétrica, uma vez que representa uma fração razoável (aproximadamente 25%, ou mais) dos custos de exploração de um sistema de abastecimento de água. Problemas operacionais certamente surgirão devido ao envelhecimento das redes hidráulicas ao longo dos anos, também o incremento de vazões aduzidas, perdas por vazamentos, cavitação em válvulas e bombas, falhas de dispositivos de controle e até mesmo rompimento de tubulações (Luvizotto Junior, 1995).

Enormes esforços são necessários para atender a sempre crescente demanda por água potável (Venturini, 1997). Com objetivo de reduzir custos operacionais em um sistema de abastecimento de Austin, Texas-EUA, foi proposto um modelo de otimização e simulação que definiu uma política otimizada de bombeamento resultando numa economia de 17% no sistema de adução (Brion e Mays, 1991).

A adução de água através das redes de distribuição pode ser otimizada mediante a aplicação de técnicas de otimização de fluxo em redes e em muitas outras aplicações e problemas de ordem prática (Arenales et al., 2007).

Os trabalhos acima descritos são apenas alguns dos muitos já realizados, evidenciando o grande interesse da comunidade científica na técnica de otimização aplicada com objetivo de reduzir o consumo de energia elétrica empregada nos sistemas de bombeamento, e demais campos de utilização dessa poderosa ferramenta. Isso decorre da tendência que atualmente se percebe que se refere à elevação dos custos operacionais dos sistemas de abastecimento de água, que cada vez mais têm que se adequar às necessidades e demanda por água potável, e em alguns casos sob restrições quanto ao consumo de energia elétrica.

### OBJETIVO

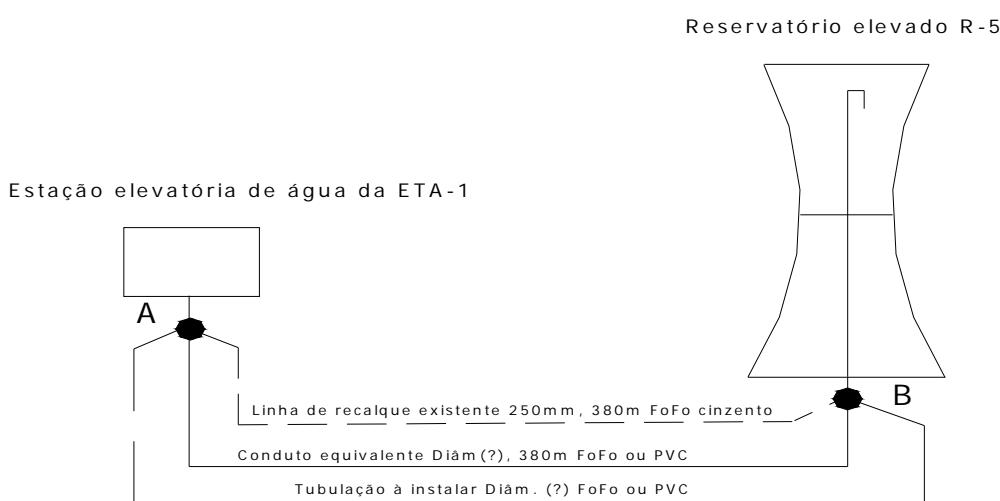
A proposta do presente trabalho é demonstrar como pode ser obtida economia de energia elétrica no sistema de abastecimento de água, mediante a operação otimizada de uma estação elevatória contendo duas bombas de adução de água tratada.

Os dados utilizados são de um sistema existente do Departamento de Águas e Esgotos de Valinhos/SP.

O sistema existente é formado por um conjunto de duas bombas que são operadas em revezamento. As bombas recalcam a água tratada proveniente do reservatório enterrado R-4 para o reservatório elevado R-5, através de uma adutora de água a qual passará a operar em paralelo com uma nova adutora que será executada em breve.

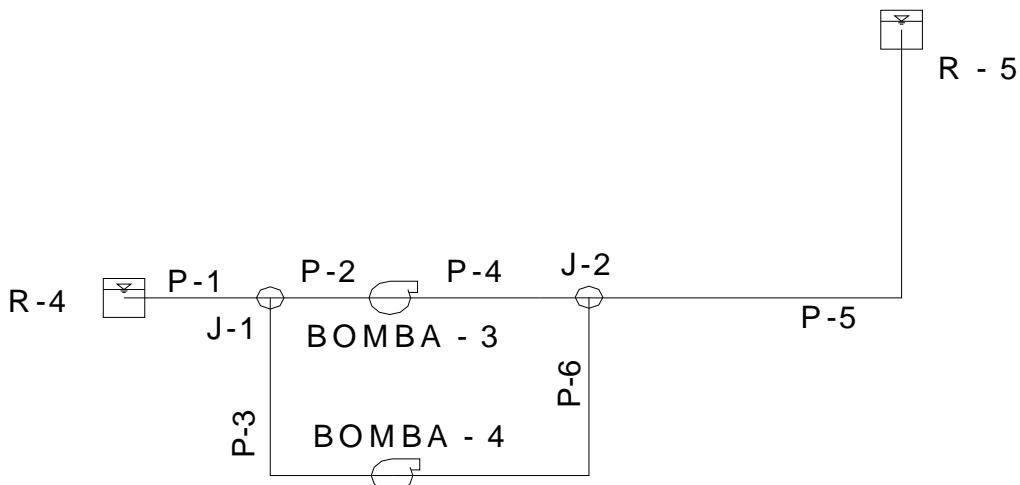
O objetivo é estabelecer quais as condições de otimalidade podem ser obtidas para as vazões de adução sujeitas às restrições previamente estabelecidas.

A Figura 1 apresenta o esquema do sistema em estudo.



**Figura 1 – Esquema do sistema hidráulico**

A linha de recalque existente é de 250mm de diâmetro, de ferro fundido cinzento e possui 380m de extensão. A nova tubulação a ser instalada terá o mesmo comprimento, porém o material será de PVC. Os pontos “A” e “B” representam os nós onde as adutoras serão interligadas. As duas adutoras associadas em paralelo serão representadas pelo conduto de diâmetro equivalente Deq. A Figura 2 apresenta o esquema hidráulico das duas bombas existentes instaladas junto ao reservatório R-4.



**Figura 2 – Esquema das bombas de recalque de água tratada.**

A Figura 3 apresenta a curva característica do sistema onde são evidenciadas as diferenças entre as bombas 3 e 4.

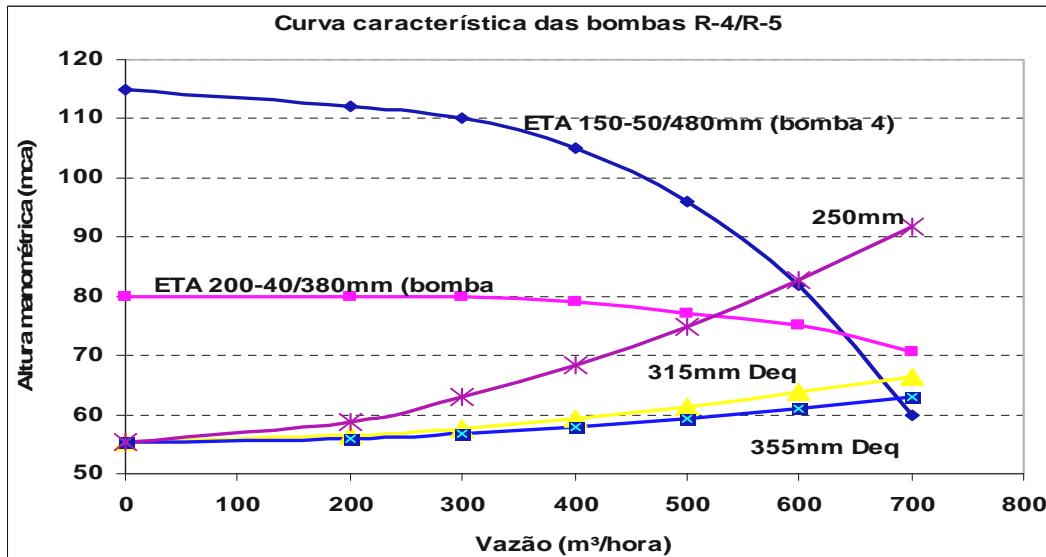


Figura 3 – Curva característica do sistema e das bombas 3 e 4 da estação elevatória de água R-4/R-5.

Inicialmente pretende-se estimar o custo com energia elétrica para atender à demanda diária de água, porém, com as bombas recalcando água apenas pela adutora de 250mm de diâmetro. Para essa condição operacional foram selecionadas as seguintes hipóteses:

Minimizar a função **CUSTO** para atender à demanda de água, de tal forma que o volume diário aduzido pelas duas bombas (operando uma de cada vez) seja suficiente para igualar à demanda diária. A operação das duas bombas está sujeita às restrições apresentadas a seguir.

$$\text{CUSTO} = \text{Energ. (kWh)} \times P \text{ (custo R$/kWh)} \quad (1)$$

S. a :

$$\text{Tempo operação (h) B3} \geq 6; \quad (2)$$

$$\text{Tempo operação (h) B3} \leq 24; \quad (3)$$

$$\text{Tempo operação (h) B4} \geq 6; \quad (4)$$

$$\text{Tempo operação (h) B4} \leq 24; \quad (5)$$

$$\text{Tempo operação (h) B3} + \text{Tempo operação (h) B4} \leq 24; \quad (6)$$

$$\text{Vazão (Q) mínima B3 (m}^3/\text{h}) \geq 400; \quad (7)$$

$$\text{Vazão (Q) máxima B3 (m}^3/\text{h}) \leq 560; \quad (8)$$

$$\text{Vazão (Q) mínima B4 (m}^3/\text{h}) \geq 420; \quad (9)$$

$$\text{Vazão (Q) máxima B4 (m}^3/\text{h}) \leq 600; \quad (10)$$

$$\text{Rendimento (\eta) B3} \geq 70\%; \quad (11)$$

$$\text{Rendimento (\eta) B3} \leq 80\%; \quad (12)$$

$$\text{Rendimento (\eta) B4} \geq 74\%; \quad (13)$$

$$\text{Rendimento (\eta) B3} \leq 78\%; \quad (14)$$

$$Q(B3) \times \text{tempo op.}(B3) + Q(B4) \times \text{tempo op.}(B4) = \text{Vt. Aduz} \quad (15)$$

O custo (C) é calculado pela seguinte expressão:

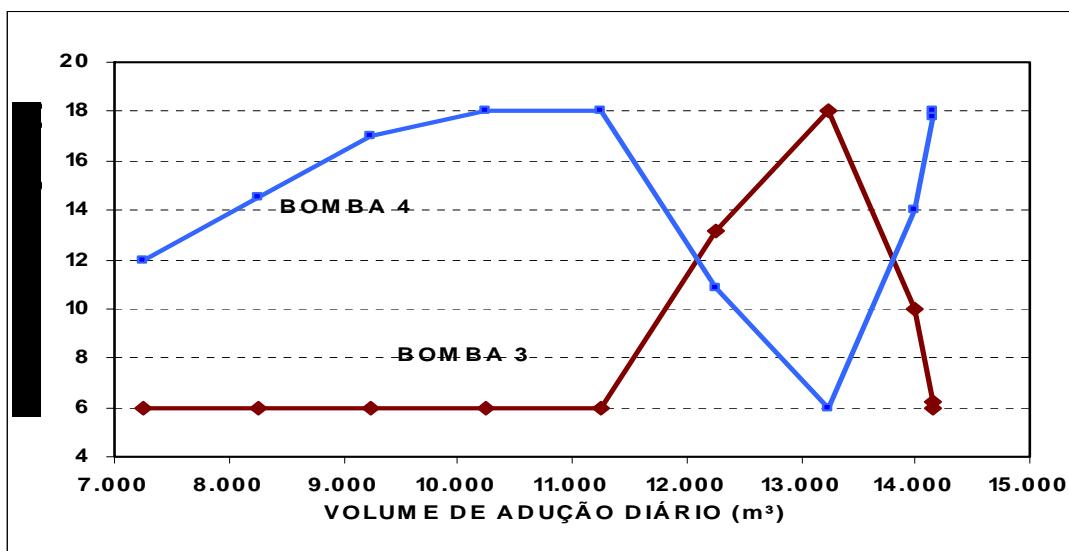
$$C = \frac{Q \times (54 + \Delta h_{\text{adutora}}) \times 1000}{75 \times \eta \times 0,736} \times T(\text{tempo}) \times P(\text{custoEnergia}) \quad (16)$$

Os resultados obtidos do modelo de otimização são apresentados na Tabela 1 mostrada a seguir:

**Tabela 1 – Resultados obtidos do modelo de otimização – adutora existente com diâmetro 250mm.**

Vol (m <sup>3</sup> )	Vol B3 (m <sup>3</sup> )	Vol B4 (m <sup>3</sup> )	t 3 (h)	tB4 (h)	Pot. B3(cv)	Pot B4(cv)	C en (R\$) B3	C en (R\$) B4	C en total (R\$)	Q B3 (m <sup>3</sup> /h)	Q B4 (m <sup>3</sup> /h)
7250	3600	3650	8,00	16,00	130,3	74,5	201,8	230,6	432,4	450,0	228,1
7750	3600	4150	8,00	16,00	130,3	80,9	201,8	250,6	452,4	450,0	259,3
8250	3600	4650	8,00	16,00	130,3	87,3	201,8	270,5	472,3	450,0	290,6
8750	3600	5150	8,00	16,00	130,3	93,8	201,8	290,4	492,2	450,0	321,8
9250	3600	5650	8,00	16,00	130,3	100,2	201,8	310,3	512,1	450,0	353,1
9750	3600	6150	8,00	16,00	130,3	106,7	201,8	330,3	532,1	450,0	384,3
10250	3600	6650	8,00	16,00	130,3	113,2	201,8	350,4	552,2	450,0	415,6
10750	3600	7150	8,00	16,00	130,3	119,7	201,8	370,6	572,5	450,0	446,8
11250	4011	7239	8,00	16,00	141,5	120,8	219,1	374,2	593,4	501,3	452,4
11750	4511	7239	8,00	16,00	155,4	120,8	240,6	374,2	614,9	563,8	452,4
12250	5011	7239	8,00	16,00	169,7	120,8	262,7	374,2	637,0	626,3	452,4
12750	5511	7239	8,00	16,00	184,4	120,8	285,5	374,2	659,8	688,8	452,4
13250	6437	6813	8,94	15,06	191,9	120,8	332,0	352,2	684,3	720,0	452,3
13750	7782	5968	10,81	13,19	191,9	120,9	401,4	308,5	710,0	719,8	452,4
14250	9127	5122	12,68	11,32	191,8	120,9	470,8	264,8	735,7	719,7	452,4
14750	10473	4277	14,55	9,45	191,8	120,9	540,2	221,1	761,4	719,7	452,5
15000	11145	3855	15,48	8,52	191,9	120,9	574,9	199,3	774,2	719,9	452,4

Na Figura 4 são mostrados em gráfico os resultados relativos ao tempo de operação das bombas em função da demanda diária. Observa-se que para demanda diária compreendida entre 7.250m<sup>3</sup> e 10.250m<sup>3</sup> o modelo determinou que o tempo de operação da bomba 3 fosse o mínimo estabelecido pelas restrições para aquela condição operacional; para bomba 4 o tempo de operação foi aumentado linearmente entre 7.250m<sup>3</sup> e 9.250m<sup>3</sup>, buscando compatibilizar a operação — não simultânea — das duas bombas ocorrendo uma inflexão no tempo de operação a partir de 13.250m<sup>3</sup>.



**Figura 4 – Tempo de operação das bombas 3 e 4 para atendimento da demanda diária – adutora existente com diâmetro 250mm.**

Na Figura 5 são apresentados os resultados obtidos do modelo relativos à vazão de adução das bombas 3 e 4 em função do volume diário de adução, buscando a operação otimizada das bombas com objetivo de obter o menor custo com a energia elétrica.

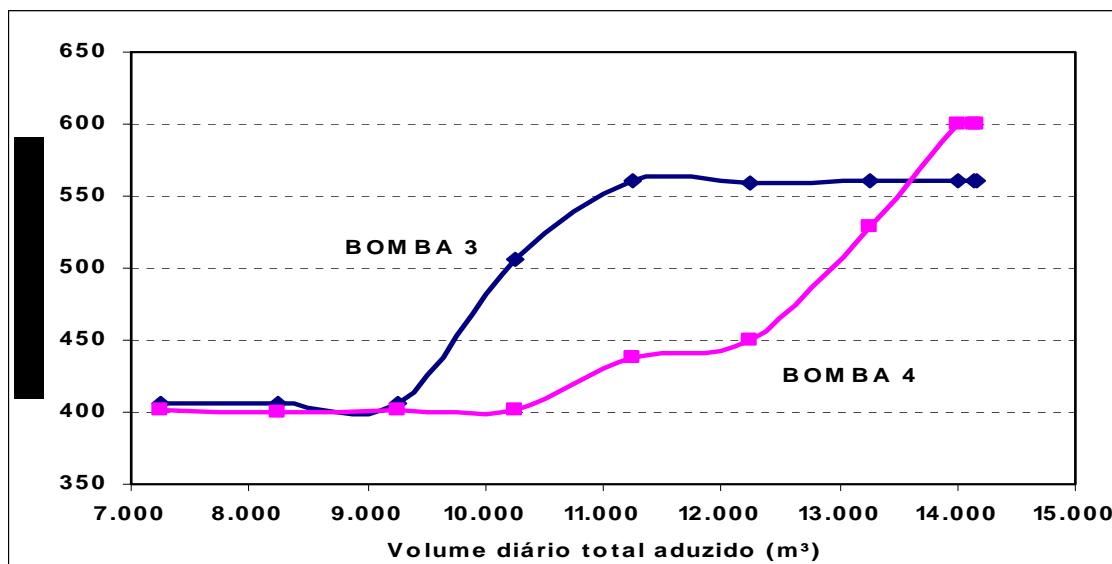


Figura 5 – Vazão de adução das bombas 3 e 4 em função do volume diário aduzido – adutora existente com diâmetro 250mm.

O custo de operação das bombas é apresentado na Figura 6. Observa-se que o custo total é, obviamente, sempre crescente em função do volume total de adução diário. Porém, como já mencionado anteriormente, o modelo de otimização tem como objetivo minimizar o custo da operação (gasto com energia elétrica). Desta forma, fica evidente a alternância dos tempos de operação e respectivas vazões de adução de cada uma das bombas, resultando, por conseguinte, em diferentes custos de operação para cada bomba.

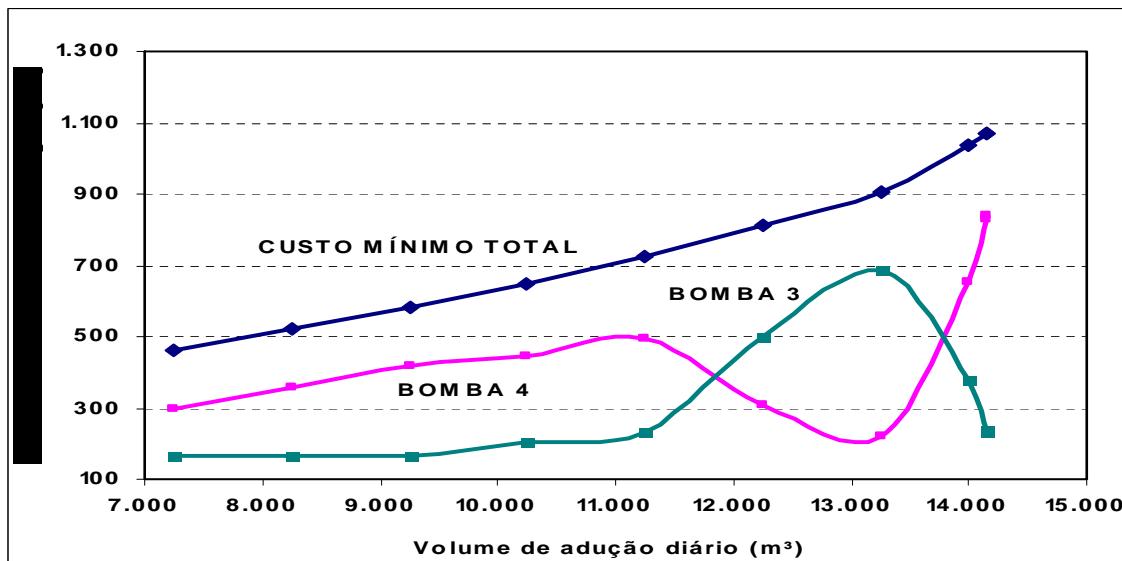


Figura 6 – Custos de energia elétrica das bombas 3 e 4 em função do volume diário aduzido – adutora existente com diâmetro 250mm.

Os dados apresentados anteriormente se referiam ao sistema de bombeamento recalcando água tratada através da adutora (existente) de 250mm. Após a implantação da adutora de reforço com diâmetro de 300mm o sistema de bombeamento passará a operar em condição diferente, logicamente com menor perda de carga, fato que por si só, já resultará em economia de energia elétrica, pois a vazão de adução máxima prevista não deverá ser superior a 760 m³/h. Porém, como o diâmetro equivalente (316mm) será maior, resultante da

associação em paralelo das duas adutoras (250mm + 300mm), a economia com energia elétrica na adução certamente será significativa. Entretanto, além da óbvia redução da perda de carga na adutora, o presente estudo propõe estabelecer uma previsão de economia de energia elétrica mediante o estabelecimento de uma operação otimizada do sistema de bombeamento para essa nova condição operacional. Desta forma, um novo conjunto de restrições foi estabelecido, seguindo, contudo, os mesmos critérios das restrições da primeira condição operacional. A seguir são apresentadas as restrições para a nova condição operacional. O problema de otimização é o mesmo: minimizar o consumo de energia elétrica do sistema de bombeamento para atender a um volume específico diário de adução de água tratada, sujeito a um conjunto de restrições que traduzem, de maneira geral, as reais condições operacionais do sistema de bombeamento de água e da demanda existente.

MIN CUSTO

$$CUSTO = \text{Energ. (kWh)} \times P \text{ (custo R$/kWh)} \quad (1)$$

S. a :

$$\text{Tempo operação (h)} B3 \geq 8; \quad (17)$$

$$\text{Tempo operação (h)} B3 \leq 16; \quad (18)$$

$$\text{Tempo operação (h)} B4 \geq 8; \quad (19)$$

$$\text{Tempo operação (h)} B4 \leq 16; \quad (20)$$

$$\text{Tempo operação (h)} B3 + \text{Tempo operação (h)} B4 = 24; \quad (6)$$

$$\text{Vazão (Q) mínima } B3 \text{ (m}^3/\text{h}) \geq 450; \quad (21)$$

$$\text{Vazão (Q) máxima } B3 \text{ (m}^3/\text{h}) \leq 720; \quad (22)$$

$$\text{Vazão (Q) mínima } B4 \text{ (m}^3/\text{h}) \geq 225; \quad (23)$$

$$\text{Vazão (Q) máxima } B4 \text{ (m}^3/\text{h}) \leq 475; \quad (24)$$

$$\text{Rendimento } (\eta) B3 \geq 72\%; \quad (25)$$

$$\text{Rendimento } (\eta) B3 \leq 87\%; \quad (26)$$

$$\text{Rendimento } (\eta) B4 \geq 61\%; \quad (27)$$

$$\text{Rendimento } (\eta) B3 \leq 79\%; \quad (28)$$

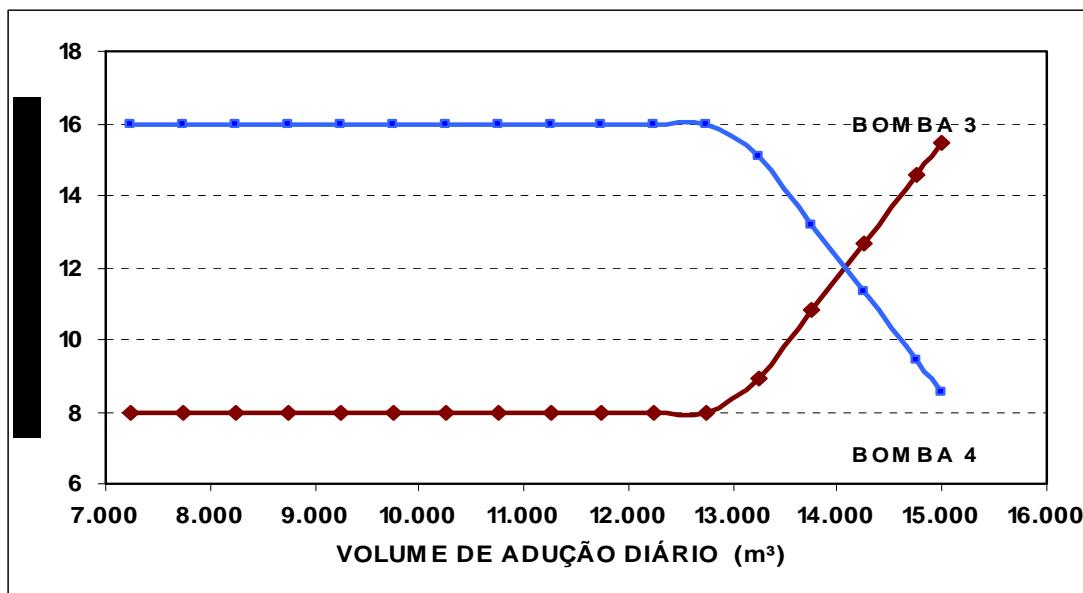
$$Q(B3) \times \text{tempo op.}(B3) + Q(B4) \times \text{tempo op. } B4 = \text{Vt. Aduz} \quad (15)$$

**Tabela 2 – Resultados obtidos do modelo de otimização – adutora (existente) de 250mm operando em paralelo com adutora (a implantar) de 300mm .**

Vol (m <sup>3</sup> )	Vol B3 (m <sup>3</sup> )	Vol B4 (m <sup>3</sup> )	t 3 (h)	tB4 (h)	Pot. B3(cv)	Pot B4(cv)	C en (R\$) B3	C en (R\$) B4	C en total (R\$)	Q B3 (m <sup>3</sup> /h)	Q B4 (m <sup>3</sup> /h)
7250	3600	3650	8,00	16,00	130,3	74,5	201,8	230,6	432,4	450,0	228,1
7750	3600	4150	8,00	16,00	130,3	80,9	201,8	250,6	452,4	450,0	259,3
8250	3600	4650	8,00	16,00	130,3	87,3	201,8	270,5	472,3	450,0	290,6
8750	3600	5150	8,00	16,00	130,3	93,8	201,8	290,4	492,2	450,0	321,8
9250	3600	5650	8,00	16,00	130,3	100,2	201,8	310,3	512,1	450,0	353,1
9750	3600	6150	8,00	16,00	130,3	106,7	201,8	330,3	532,1	450,0	384,3
10250	3600	6650	8,00	16,00	130,3	113,2	201,8	350,4	552,2	450,0	415,6
10750	3600	7150	8,00	16,00	130,3	119,7	201,8	370,6	572,5	450,0	446,8
11250	4011	7239	8,00	16,00	141,5	120,8	219,1	374,2	593,4	501,3	452,4
11750	4511	7239	8,00	16,00	155,4	120,8	240,6	374,2	614,9	563,8	452,4
12250	5011	7239	8,00	16,00	169,7	120,8	262,7	374,2	637,0	626,3	452,4
12750	5511	7239	8,00	16,00	184,4	120,8	285,5	374,2	659,8	688,8	452,4
13250	6437	6813	8,94	15,06	191,9	120,8	332,0	352,2	684,3	720,0	452,3
13750	7782	5968	10,81	13,19	191,9	120,9	401,4	308,5	710,0	719,8	452,4
14250	9127	5122	12,68	11,32	191,8	120,9	470,8	264,8	735,7	719,7	452,4
14750	10473	4277	14,55	9,45	191,8	120,9	540,2	221,1	761,4	719,7	452,5
15000	11145	3855	15,48	8,52	191,9	120,9	574,9	199,3	774,2	719,9	452,4

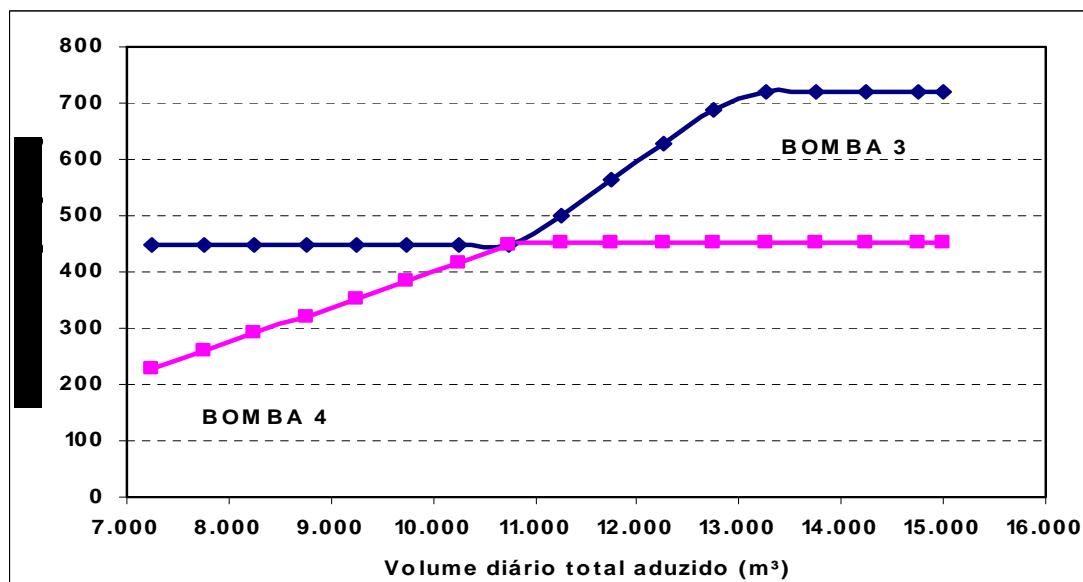
Na Figura 7 são apresentados os resultados dos tempos de operação das bombas obtidos pelo modelo de otimização. Para essa nova condição operacional, o modelo estabeleceu que a bomba 4 deve operar durante 16 horas; a bomba 3 durante 8 horas. Essa regra operacional foi estabelecida para volumes de adução compreendidos entre  $7.250\text{m}^3$  e  $12.750\text{m}^3$ . Para volumes diários de adução acima  $13.250\text{m}^3$  até  $15.000\text{m}^3$  o modelo de otimização propõe uma inversão progressiva dos tempos de operação.

Para aproximadamente  $14.000\text{m}^3$  os tempos de operação das bombas são igualados, e a partir desse volume, o modelo de otimização propõe o aumento do tempo para bomba 3; para bomba 4 é determinada redução do tempo de operação.



**Figura 7 – Resultados dos tempos de operação das bombas obtidos do modelo de otimização – adutora (existente) de 250mm operando em paralelo com adutora (a implantar) de 300mm .**

Na Figura 8 são mostrados os valores de vazão de adução obtidos pelo modelo para as duas bombas. Deve-se observar que as bombas operam em revezamento, ou seja, apenas uma bomba pode ser operada em determinado período do dia.



**Figura 8 – Resultados dos tempos de operação das bombas obtidos do modelo de otimização – adutora (existente) de 250mm operando em paralelo com adutora (a implantar) de 300mm .**

Na figura 9 são apresentados os custos de energia elétrica consumida pelas bombas 3 e 4 para adução, bem como o custo total mínimo diário para atendimento da demanda diária de água potável. Os resultados mostrados foram obtidos do modelo de otimização, respeitando-se as restrições estabelecidas para a operação do sistema de bombeamento.

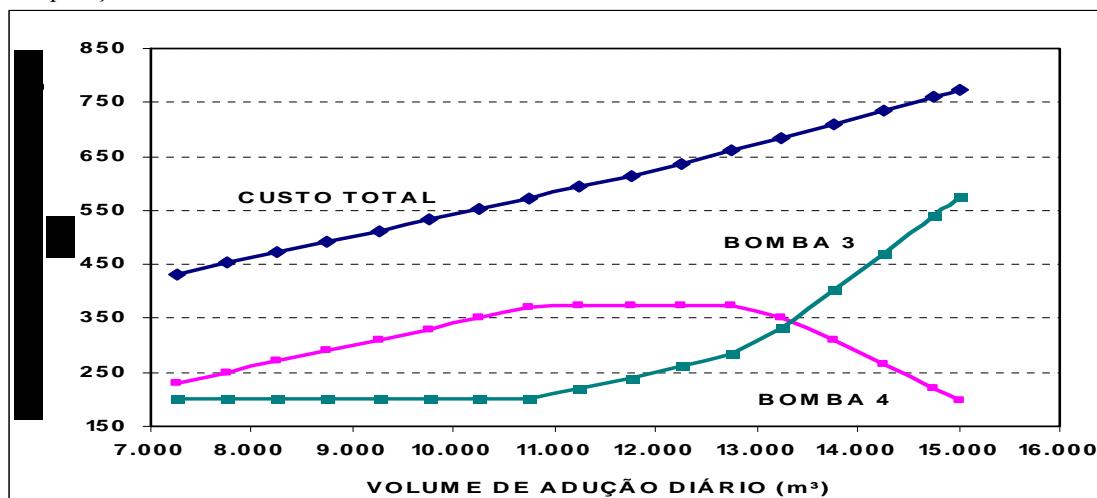


Figura 9 – Resultados do custo mínimo total com energia elétrica obtidos do modelo de otimização – adutora (existente) de 250mm operando em paralelo com adutora (a implantar) de 300mm .

Para melhor comparação, a Figura 10 apresenta os resultados obtidos para os custos mínimos de energia elétrica do sistema de bombeamento, para as condições operacionais avaliadas no presente estudo. À medida que o volume de adução diário aumenta, maior é a economia de energia para a adutora com diâmetro equivalente de 316mm (250mm + 300mm). Os dados sugerem que a adutora atual apresenta elevada perda de carga quando o volume de adução diário é superior a 13.000m<sup>3</sup>, resultando em gastos mais elevados com energia elétrica para o bombeamento de água. Na realidade, este fato obriga a executar um reforço na adutora, mediante a execução de outra adutora para operar em paralelo com a adutora existente, conforme já descrito. Com a associação em paralelo das duas adutoras, a perda de carga será sensivelmente reduzida, refletindo diretamente na economia de energia consumida pelas bombas. Outra vantagem é que com a realização desse reforço, futuramente a vazão de adução poderá ser aumentada, se houver necessidade de expansão do setor de abastecimento atendido pelas bombas em estudo. Para um volume de adução diário de 14.000m<sup>3</sup> a redução com consumo de energia poderá ser de até 47%, aproximadamente, se as bombas de recalque forem operadas de forma otimizada.

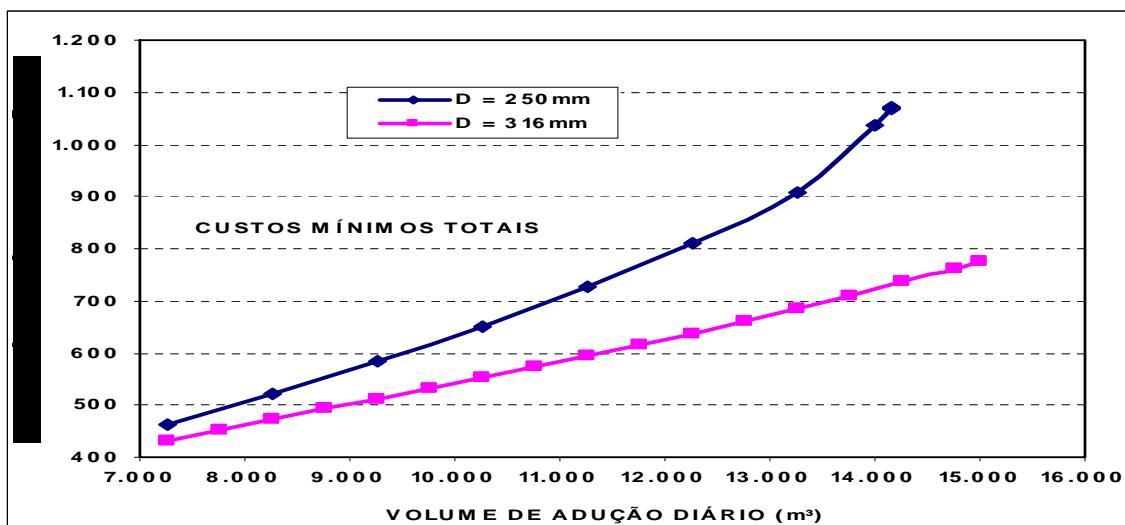


Figura 10 – Resultados dos custos mínimos totais com energia elétrica obtidos do modelo de otimização – adutora (existente) de 250mm e adutora com diâmetro equivalente a 316mm (250mm existente + 300mm a implantar).

O custo de energia elétrica utilizado no presente foi equivalente a R\$ 263,00/MWh. A bomba 3 é de fabricação KSB modelo 200-40, 1750 rpm, rotor com diâmetro 380 mm. A bomba 4 é de fabricação KSB modelo 150-50, 1750 rpm, rotor com diâmetro 480 mm. O rendimento ( $\eta$ ) das bombas foi calculado de acordo com as seguintes expressões obtidas das curvas características de catálogo do fabricante das mesmas:

Bomba 3:

$$*\eta = 25,53 * \text{LN}(Q) - 83,148 \quad (29)$$

\*com coeficiente de regressão  $R^2 = 0,9852$

Bomba 4:

$$*\eta = 24,497 * \text{LN}(Q) - 70,789 \quad (30)$$

\*com coeficiente de regressão  $R^2 = 0,978$

A Figura 11 apresenta uma comparação dos custos de energia com o sistema de recalque sendo operado no modo convencional e operado de maneira otimizada. Observa-se que a redução de energia é expressiva, evidenciando a enorme economia que poderá ser obtida se for aplicada a operação otimizada.

É importante ressaltar que os resultados mais significativos devem ser considerados para os volumes diários de adução maiores ou iguais a 12.500m<sup>3</sup>; volumes abaixo desse valor foram considerados apenas para avaliar os limites e respostas do modelo empregado no presente estudo, e não constituem em valores reais e compatíveis com os dados observados no sistema de adução. Volumes diários de adução superiores a 15.000m<sup>3</sup>, também dificilmente ocorrem no sistema em estudo devido a limitação da capacidade da estação de tratamento de água da qual o sistema de adução recebe água tratada para distribuição. A Figura 11 demonstra que além da economia de energia obtida com o reforço da nova adutora que deverá operar em paralelo com a adutora existente, a técnica de otimização permitirá obter mais economia compatibilizando a operação das duas bombas nas condições de melhor rendimento das mesmas.

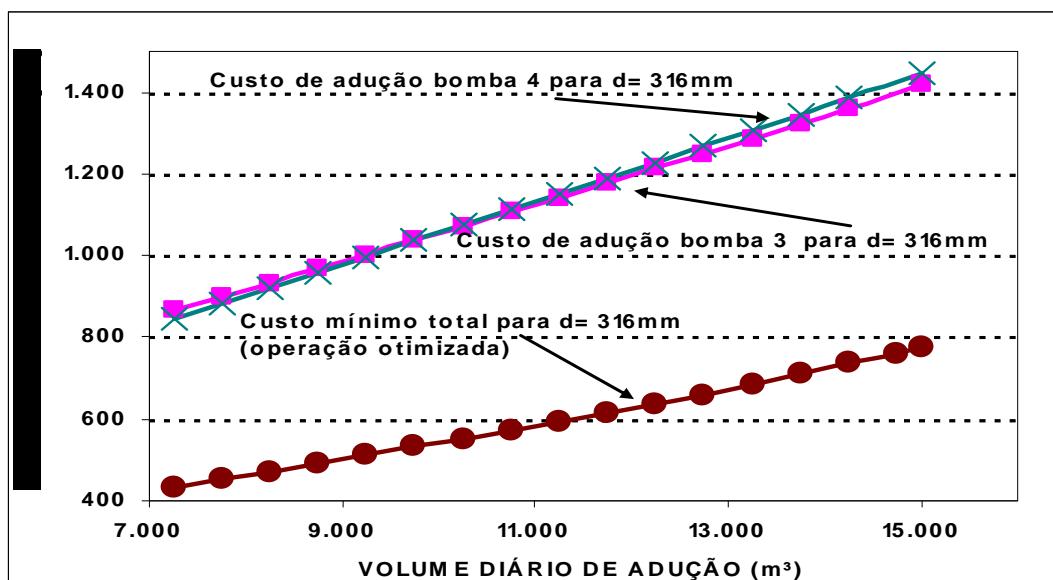


Figura 11 – Comparação entre os custos de energia elétrica com sistema de bombeamento operado de forma convencional e sistema de bombeamento operado de forma otimizada.

## CONCLUSÕES

O modelo de otimização apresentou resultados que indicaram a operação do sistema de recalque com mínimo custo para atendimento de determinada demanda (volume diário de adução). Vários dados podem ser obtidos com vistas a melhorar a análise e compreensão da operação otimizada. O modelo de otimização foi elaborado utilizando o software What's Best versão 7.0.

A técnica de otimização se mostra como uma ferramenta fundamental para avaliação da operação, disponibilizando dados que dificilmente seriam obtidos por modelos hidráulicos uma vez que não permitem impor regras operativas que resultem na operação otimizada, quando se tem como referência os custos associados a essas operações (energia elétrica como no exemplo apresentado). Para aplicação do modelo de otimização em questão está implícita a utilização de bombas com rotação variável, uma vez que, dependendo da demanda, é necessário ajustar a vazão das bombas. Atualmente, os inversores de freqüência são amplamente utilizados no controle operação de bombas centrífugas radiais amplamente empregadas nas estações de bombeamento de água.

No presente estudo, não foram consideradas as demandas horárias. Entretanto, maior detalhamento dessa condição operacional deverá ser analisado, no caso do sistema de adução necessitar atender, por intermédio de bombeamento, demandas horárias específicas com vistas a manter adequada pressão em toda rede de distribuição de água. Portanto, novos estudos poderão ser desenvolvidos enfocando essas demandas particulares ou outras situações que indiquem a necessidade de considerar demandas horárias. Ênfase deve ser dada para a tarifa horo-sazonal de energia, uma vez que no estudo em questão foi considerada apenas uma tarifa aplicável, entretanto, se for considerada a demanda horária, será recomendável a utilização de diferentes tarifas de energia, aplicando-se o conceito da tarifa diferenciada horo-sazonal.

A economia potencial de energia elétrica justifica o empenho na busca de técnicas que permitam operar o sistema com maior eficiência energética e que propicie o adequado abastecimento de água da população, aplicando novas e mais eficientes técnicas de operação e buscando o aprimoramento, tanto estrutural quanto gerencial, das atividades inerentes ao abastecimento de água.

## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

1. **Francato, A. L., (2002).** Otimização Multiobjetivo para a Operação de Sistemas Urbanos de Abastecimento de Água, Tese (Doutorado). FEC – Universidade Estadual de Campinas – UNICAMP.
2. **Arenales, M. et al., (2007).** Pesquisa Operacional. Rio de Janeiro. Editora Elsevier.
3. **Brion, L.M., Mays, L.W., (1991).** Methodology for Optimal Operation of Pumping Stations in Water Distribution Systems. Journal of Hydraulic Engineering, ASCE. V. 117, n.11, p. 1551-1569. November.
4. **Luvizotto Junior, E., (1995).** Controle Operacional de Redes de Abastecimento de Água auxiliado por Computador, Tese (Doutorado), EPUSP, São Paulo.
5. **Venturini, M. A. A. G., (1997).** Contribuição ao estudo de otimização de redes hidráulicas através de um modelo de programação linear, Dissertação (Mestrado) FEC - Universidade Estadual de Campinas – UNICAMP.