

**XII-118 - PLANILHA ELETRÔNICA PARA CÁLCULOS HIDRÁULICOS EM  
CONDUTOS FORÇADOS UTILIZANDO A FÓRMULA UNIVERSAL – DARCY-  
WEISBACH COM FATOR DE ATRITO DETERMINADO ATRAVÉS DA  
FÓRMULA DE CHURCHILL**

**Marcos Rocha Vianna<sup>(1)</sup>**

Engenheiro Civil pela Escola de Engenharia da UFMG. Mestre em Hidráulica e Saneamento pela Escola de Engenharia de São Carlos (EESC/USP). Doutor em Saneamento, Meio Ambiente e Recursos Hídricos pela Escola de Engenharia da UFMG. Professor do Programa de Mestrado em Sistemas Construtivos da Faculdade de Engenharia e Arquitetura da Universidade FUMEC (FEA/FUMEC). Engenheiro consultor.

**Bárbara Aiala Silva**

Acadêmica de Engenharia Ambiental da Faculdade de Engenharia e Arquitetura da Universidade FUMEC (FEA/FUMEC).

**Endereço<sup>(1)</sup>:** Rua Cobre, 200 - Bairro Cruzeiro - Belo Horizonte – MG - CEP: 30.310-190 – Brasil – Tel: 31 3228-3000 – e-mail: [mrviana@fumec.br](mailto:mrviana@fumec.br)

## RESUMO

Os autores desenvolveram planilhas de cálculo eletrônico, em ambiente EXCEL, que permitem a utilização da Fórmula Universal para diversas situações, quando aplicadas aos condutos forçados. Na elaboração desses cálculos, o valor de  $f$  – fator de atrito de Darcy-Weisbach – é determinado através da fórmula de Churchill. As planilhas obtidas extrapolaram sua inicial intenção acadêmica e têm se transformado em facilitadoras para a popularização do emprego da Fórmula Universal entre o pessoal técnico de empresas de consultoria.

**PALAVRAS-CHAVE:** Fórmula Universal, Fórmula de Churchill, Planilha eletrônica para cálculo da perda de carga.

## INTRODUÇÃO

A utilização da Fórmula Universal para a determinação das perdas de carga em condutos forçados é recomendada pela Associação Brasileira de Normas Técnicas – ABNT em diversas normas aplicáveis a projetos de saneamento básico e instalações hidráulicas prediais.

Assim sendo, entre outros exemplos, a NBR 5626:1998 (ABNT, 1998), que trata do projeto das instalações hidráulicas prediais de água fria, expressa que “para calcular o valor da perda de carga nos tubos, recomenda-se utilizar a equação universal, obtendo-se os valores das rugosidades junto aos fabricantes dos tubos.

Da mesma forma, a NBR 12.215:1991 (ABNT, 1991), que trata do projeto de adutora de água para abastecimento público, expressa que “o cálculo da perda de carga distribuída deve ser feito de preferência pela Fórmula Universal”.

Essa fórmula é, na realidade, a fórmula de Darcy- Weisbach (VIANNA, 2009):

$$h_f = f \frac{L}{D} \frac{U^2}{2g}$$

na qual o coeficiente  $f$ , denominado “fator de atrito”, é determinado por um conjunto de expressões que dependem se o regime de escoamento é laminar ou turbulento.

As demais grandezas ali representadas são:  $hf$  = perda de carga;  $L$  = extensão do tubo;  $D$  diâmetro interno do tubo;  $U$  = velocidade média com que o fluido é transportado no interior do tubo ( $U = Q / A$ , onde  $A$  é a área da seção reta do tubo);  $g$  = aceleração da gravidade.

Em 1977, Stuart W Churchill apresentou a expressão, reproduzida a seguir, que permite determinar o valor de  $f$  para todos os regimes de escoamento:

$$f = 8 \left[ \left( \frac{8}{\text{Re}} \right)^{12} + \frac{1}{\left( A + B \right)^{\frac{3}{2}}} \right]^{\frac{1}{12}}$$

onde:

$$A = \left[ 2,457 \ln \frac{1}{\left( \frac{7}{\text{Re}} \right)^{0,9} + \frac{0,27k}{D}} \right]^{16}$$

$$B = \left( \frac{37530}{\text{Re}} \right)^{16}$$

Nas expressões acima, tem-se:

$\text{Re}$  = número de Reynolds =  $UD/\nu$ ;

$k$  = rugosidade média das paredes internas da canalização.

$\nu$  = viscosidade cinemática do fluido.

$D$  = diâmetro

Não obstante as recomendações da ABNT, muitos profissionais de engenharia ainda preferem utilizar fórmulas empíricas, notadamente Hazen-Williams, Fair-Whipple-Hsiao e Flamant, em seus cálculos hidráulicos.

Embora essas fórmulas sejam reconhecidamente mais fáceis de utilizar em calculadoras eletrônicas, elas embutem certa possibilidade de erros grosseiros, que ocorrerão na medida em que forem empregadas fora de seus campos de aplicação (tais como: velocidades muito pequenas ou muito elevadas; diâmetros muito pequenos ou muito grandes; viscosidades da água muito diferentes das usuais, devido a temperaturas muito baixas ou muito elevadas; entre outros fatores).

Este trabalho apresenta uma planilha eletrônica básica, desenvolvida em ambiente Excel®, que permite efetuar, de forma extremamente singela, cálculos hidráulicos utilizando a Fórmula Universal. Inicialmente desenvolvida para fins didáticos, ela pode ser também aplicada em atividades profissionais. Além disto, o algoritmo utilizado é passível de desenvolvimento e aplicação em outros ambientes de cálculo, tais como: Visual Basic, Matlab e programas avançados de cálculo eletrônico.

## METODOLOGIA UTILIZADA

O Excel foi escolhido para a elaboração dos cálculos hidráulicos pretendidos por ser a ferramenta mais difundida entre estudantes e profissionais de engenharia. O Excel nada mais é que uma pasta de grandes tabelas, denominadas planilhas.

A planilha elaborada tem diversas abas, conforme o cálculo pretendido.

## DESENVOLVIMENTO

Assim sendo, há uma aba para cada uma das tarefas a seguir.

- Dados: Vazão, diâmetro, rugosidade aparente, extensão, temperatura, coeficiente de reforço.  
Pede-se: Perda de carga.
- Dados: Perda de carga, diâmetro, rugosidade aparente, extensão, temperatura, coeficiente de reforço.  
Pede-se: Vazão.
- Dados: Vazão, perda de carga, rugosidade aparente, extensão, temperatura, coeficiente de reforço.  
Pede-se: Diâmetro.
- Dados: Vazão, diâmetro, perda de carga, extensão, temperatura, coeficiente de reforço.

Pede-se: Rugosidade aparente.

- e) Dados: Vazão, diâmetro, rugosidade aparente, perda de carga, temperatura, coeficiente de reforço.

Pede-se: Extensão.

O denominado *coeficiente de reforço* aplica-se ao cálculo de adutoras. Segundo recomendação da então P-NB-52/77 da ABNT, deve-se multiplicar o valor da rugosidade aparente  $k$  por esse coeficiente conforme a extensão da adutora. Assim, se sua extensão for inferior a 1000 m, o coeficiente é 1,4; se sua extensão for superior a 1000 m, o coeficiente é 2,0.

Cada uma das abas citadas incorpora uma *macro*. Ela consiste numa sequência de comandos e funções armazenadas em um módulo de VBA (*Visual Basic for Applications*) e pode ser usada sempre que for preciso executar a tarefa. Funciona, portanto, como uma espécie de atalho. Ao criar uma macro, escolhe-se uma tecla que servirá de atalho para o comando desejado, facilitando sua execução.

### CÁLCULOS REFERENTES À ABA “a”

Os cálculos referentes à aba “a” são efetuados diretamente, por se tratarem de uma sequência direta de cálculos, conforme descrito a seguir.

Sendo conhecidos os valores da vazão ( $Q$ ), diâmetro ( $D$ ), rugosidade aparente ( $k$ ), extensão ( $L$ ), temperatura ( $T$ ) e coeficiente de reforço ( $c_r$ ), elabora-se a sequência de cálculos mostrada na Figura 1.

$$\left\{ \begin{array}{l} A = \frac{4Q}{\pi D^2} \rightarrow U = \frac{Q}{A} \\ \nu = f(T) \end{array} \right\} \rightarrow \text{Re} = \frac{UD}{\nu} \left\{ \begin{array}{l} A = \left[ 2,457 \ln \frac{1}{\left( \frac{7}{\text{Re}} \right)^{0,9} + \frac{0,27c_r k}{D}} \right]^{16} \\ B = \left( \frac{37530}{\text{Re}} \right)^{16} \end{array} \right\} f = 8 \left[ \left( \frac{8}{\text{Re}} \right)^{12} + \frac{1}{(A+B)^{\frac{1}{2}}} \right]^{\frac{1}{12}} \rightarrow$$

$$\rightarrow h_f = f \frac{L U^2}{D 2g}$$

**Figura 1: Sequência de cálculos correspondente à aba “a”.**

A Figura 2 apresenta a tela correspondente a essa aba, podendo ser observado o botão que, através de ação sobre o *mouse*, aciona os cálculos após introduzidos os dados de entrada e fornece o resultado desejado.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
1	<b>Dados de entrada:</b>									
2										
3	D (mm):				300					
4	Q (m³/s) =				0,100					
5	k (mm):				0,1					
6	Coeficiente de reforço:				2					
7	Extensão (m):				2000					
8	Temperatura da água (°C):				20					
9										
10	<b>Resultados parciais:</b>									
11	Viscosidade cinemática da água (m²/s):				1,01E-06					
12	k/D:				0,000667					
13										
14	<b>Resultado final:</b>									
15										
16	hf (m):				12,855					

● Cálculo de hf (m)



Botão do macro  
(aciona o cálculo)

← Resultado desejado

Figura 2 – Tela correspondente à aba “a”.

### CÁLCULOS REFERENTES À ABA “d”

Como no caso anterior, os cálculos referentes à aba “d” são efetuados diretamente, por se tratarem de uma sequência direta de cálculos, conforme descrito a seguir.

Sendo conhecidos os valores da vazão ( $Q$ ), diâmetro ( $D$ ), perda de carga ( $h_f$ ), extensão ( $L$ ), temperatura ( $T$ ) e coeficiente de reforço ( $c_r$ ), elabora-se a sequência de cálculos mostrada na Figura 3.

$$\begin{aligned}
 A = \frac{4Q}{\pi D^2} \rightarrow U = \frac{Q}{A} \quad \left\{ \begin{array}{l} f = \frac{2gDh_f}{LU^2} \\ \text{Re} = \frac{UD}{\nu} \rightarrow B = \left( \frac{37530}{\text{Re}} \right)^{16} \end{array} \right\} A = \left[ \frac{1}{\left( \frac{f}{8} \right)^{12} - \left( \frac{8}{\text{Re}} \right)^{12}} \right]^{\frac{2}{3}} - B \rightarrow \\
 \rightarrow k = \frac{D}{0,27c_r} \left[ \frac{1}{\frac{1}{A^{16}} - \left( \frac{7}{\text{Re}} \right)^{0,9}} \right]
 \end{aligned}$$

Figura 3: Sequência de cálculos correspondente à aba “d”.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
1	<b>Dados de entrada:</b>									
2										
3	D (mm):				300					
4	Q (m³/s) =				0,100					
5	hf (m):				12,855					
6	Coeficiente de reforço:				2					
7	Extensão (m):				2000					
8	Temperatura da água (°C):				20					
9										
10	<b>Resultados parciais:</b>									
11	Viscosidade cinemática da água (m²/s):				1,01E-06					
12	k/D:				0,000667					
13										
14	<b>Resultado final:</b>									
15										
16	k (mm):				0,1					

● Cálculo de hf (m)



Botão do macro  
(aciona o cálculo)

← Resultado desejado

Figura 4 – Tela correspondente à aba “d”.

### CÁLCULOS REFERENTES À ABA “e”

Como nos dois casos anteriores, os cálculos referentes à aba “e” são efetuados diretamente, por se tratarem de uma sequência direta de cálculos, conforme descrito a seguir.

Sendo conhecidos os valores da vazão ( $Q$ ), diâmetro ( $D$ ), rugosidade aparente ( $k$ ), perda de carga ( $h_f$ ), temperatura ( $T$ ) e coeficiente de reforço ( $c_r$ ), elabora-se a sequência de cálculos mostrada na Figura 3.

$$\left\{ \begin{array}{l} A = \frac{4Q}{\pi D^2} \rightarrow U = \frac{Q}{A} \\ \nu = f(T) \end{array} \right\} \rightarrow \text{Re} = \frac{UD}{\nu} \left\{ \begin{array}{l} A = \left[ 2,457 \ln \left( \frac{1}{\left( \frac{7}{\text{Re}} \right)^{0,9} + \frac{0,27 c_r \cdot k}{D}} \right) \right]^{16} \\ B = \left( \frac{37530}{\text{Re}} \right)^{16} \end{array} \right\} f = 8 \left[ \left( \frac{8}{\text{Re}} \right)^{12} + \frac{1}{(A+B)^{\frac{3}{2}}} \right]^{\frac{1}{12}} \rightarrow$$

$$\rightarrow L = \frac{2gDh_f}{fU^2}$$

Figura 5: Sequência de cálculos correspondente à aba “e”.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
1	<b>Dados de entrada:</b>									
2										
3	D (mm):				300					
4	Q (m <sup>3</sup> /s) =				0,100					
5	hf (m):				12,855					
6	Coeficiente de reforço:				2					
7	Extensão (m):				2000					
8	Temperatura da água (°C):				20					
9	k (mm):				0,1					
10	<b>Resultados parciais:</b>									
11	Viscosidade cinemática da água (m <sup>2</sup> /s):				1,01E-06					
12	k/D:				0,000667					
13										
14	<b>Resultado final:</b>									
15										
16	Extensão (m):				2000					

● Cálculo de hf (m)



Botão do macro  
(aciona o cálculo)

← Resultado desejado

Figura 6 – Tela correspondente à aba “e”.

## CÁLCULOS REFERENTES ÀS ABAS “b”

Para esta aba, é necessário efetuar cálculos iterativos.

Descreve-se a seguir, de modo sucinto, os cálculos correspondentes.

- O valor da temperatura da água permite calcular imediatamente o valor de sua viscosidade cinemática.
- Estima-se o valor de  $f$  (por exemplo: 0,02) e através da fórmula de Darcy-Weisbach, determina-se o valor de  $U$ .
- Com este valor, é possível determinar o número de Reynolds  $Re$  correspondente; de posse de  $Re$  e  $k/D$ , pode-se calcular o valor de  $f$  e, com ele, determinar novamente o valor de  $U$ .
- Esse procedimento é repetido até que a diferença percentual entre os valores de  $f$  calculados em duas tentativas seguidas seja inferior a 0,1%.
- Conhecido o valor de  $U$  obtido após terminada a sequência descrita anteriormente, então calcula-se a vazão desejada, visto que  $Q = A.U$ .

A Figura 7 apresenta a tela correspondente a essa aba. Como na Figura anterior, pode ser observado o botão que, através de ação sobre o mouse, aciona os cálculos após introduzidos os dados de entrada e fornece o resultado desejado.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
1	<b>Dados de entrada:</b>									
2										
3	D (mm):				300					
4	hf (m):				12,5					
5	k (mm):				0,1					
6	Coeficiente de reforço:				2					
7	Extensão (m):				2000					
8	Temperatura da água (°C):				20					
9										
10	<b>Resultados parciais:</b>									
11	Viscosidade cinemática da água (m²/s):				1,01E-06					
12	k/D:				0,000667					
13										
14	<b>Resultado final:</b>									
15										
16	Q (m³/s) =				0,0986					

● Cálculo da Vazão Q (m³/s)



Botão do macro  
(aciona o cálculo)

← Resultado desejado

Figura 7 – Tela correspondente à aba “b”.

### CÁLCULOS REFERENTES À ABA “c”

A exemplo da aba b, para esta aba, é necessário efetuar cálculos iterativos.

Descreve-se a seguir, de modo sucinto, os cálculos correspondentes

- O valor da temperatura da água permite calcular imediatamente o valor de sua viscosidade cinemática.
- Estima-se o valor de  $f$  (por exemplo: 0,02) e, através da fórmula de Darcy-Weisbach, determina-se o valor de  $U$ .
- Com este valor, é possível determinar o número de Reynolds  $Re$  correspondente; de posse de  $Re$  e  $c_r k/D$ , pode-se calcular o valor de  $f$  e, com ele, determinar novamente o valor de  $U$ .
- Esse procedimento é repetido até que a diferença percentual entre os valores de  $f$  calculados em duas tentativas seguidas seja inferior a 0,1%.

A Figura 8 apresenta a tela correspondente a essa aba.

### RESULTADOS OBTIDOS

A planilha descrita anteriormente vem sendo utilizada pelos autores, com a eficácia desejada, em suas atividades profissionais.

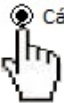
No ambiente de sala de aulas, ela é apresentada aos alunos da disciplina “hidráulica geral”, ministrada nos cursos de graduação em Engenharia Civil e Engenharia Ambiental, sem ser, no entanto, fornecida. Os alunos são desafiados a desenvolverem suas próprias planilhas. Os resultados desse desafio podem ser avaliados como bons. Alguns alunos, por terem experiência com programação de computadores, apresentam trabalhos que superam em muito as melhores expectativas.

No laboratório de hidráulica ela tem sido especialmente útil, especialmente em trabalhos que visam à determinação da rugosidade equivalente de tubos. Em estudo recente, realizado com tubos de polietileno de alta densidade (PEAD), a aplicação da planilha permitiu verificar que o valor medido da perda de carga levou à obtenção de  $k = 0,062$  mm - ver Figuras 3 e 4. O valor recomendado por diversos autores para a rugosidade de tubos plásticos é 0,06 mm. (VIANNA, 2014). Em especial, a Figura 3 mostra que o resultado da perda de



carga prevista pela Fórmula Universal foi o que mais se aproximou do valor real observado, quando comparado com os valores fornecidos pelas fórmulas de Flamant e Blasius.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
1	<b>Dados de entrada:</b>									
2										
3	Q (m³/s):				0,1					
4	hf (m):				12,85					
5	k (mm):				0,1					
6	Coeficiente de reforço:				2					
7	Extensão (m):				2000					
8	Temperatura da água (°C):				20					
9										
10	<b>Resultados parciais:</b>									
11	Viscosidade cinemática da água (m²/s):				1,01E-06					
12	U (m/s):				771,09					
13	Re :				9822022					
14	k/D:				0,015564					
15	A:				1,14E+18					
16	B:				2,06E-39					
17	f:				0,0443					
18										
19	<b>Resultado final:</b>									
20										
21	D (mm)				300					

 Cálculo do Diâmetro D (mm)  
 Botão do macro (aciona o cálculo)


 Resultado desejado

Figura 8 – Tela correspondente à aba “c”.

Tubo ensaiado: DE (mm): 32  
 e (mm): 3,2  
 DI (mm): 25,6  
 Caixa de taragem: A (m²): 0,32

t (s)	h (m)	Q (m³/s)	Q (L/s)	U (m/s)	h piezômetros (m)				hf médio (m)	k correspondente (mm)	Valores previstos (m)		
					p1	p2	p3	p4			Flamant	Universal (k = 0,06mm)	Blasius
10	0,016	0,000512	0,512	0,995	0,010	0,084	0,126	0,187	0,059	0,062	0,031	0,059	0,049

Figura 8 – Resultado de ensaio de perda de carga em tubo de PEAD.

## CONCLUSÕES / RECOMENDAÇÕES

Os resultados obtidos em cálculos profissionais e em salas de aula mostram que a Fórmula Universal pode ser utilizada com facilidade, quando se dispõe de recursos para a elaboração de seu cálculo eletrônico. A alegada dificuldade de emprego não é mais sentida pelas novas gerações, graças à sua familiaridade com os computadores pessoais.

Recomenda-se que sua utilização generalizada seja feita pelos profissionais de engenharia e que o ensino de seu emprego como ferramenta de emprego geral seja realizado pelos professores de hidráulica.



	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
1	<b>Dados de entrada:</b>									
2										
3	D (mm):				25,6					
4	hf (m):				0,059					
5	Q (m³/s) =				0,000512					
6	Coefficiente de reforço:				1					
7	Extensão (m):				1					
8	Temperatura da água (°C):				20					
9										
10	<b>Resultados parciais:</b>									
11	Viscosidade cinemática da água (m²/s):				1,01E-06					
12	k/D:				0,000667					
13										
14	<b>Resultado final:</b>									
15										
16	k (mm):				0,062					

● Cálculo de k (mm)



Botão do macro  
(aciona o cálculo)

← Resultado desejado

Figura 9 – Tela correspondente à aba “d”, em que o valor  $k = 0,062\text{m}$  é determinado.

## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

1. ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS – ABNT (1991). NBR 5626 -Instalação predial de água fria. Rio de Janeiro, ABNT.
2. ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS – ABNT (1998). NBR 12215 -Projeto de adutora de água para abastecimento público. Rio de Janeiro, ABNT.
3. CHURCHILL, S. W. (1977). Friction factor equation spans all fluid flow regimes. Chemical Engineering. V. 7. p. 91-92.
4. VIANNA, Marcos R. (2009). Mecânica dos fluidos para engenheiros. 5. Ed. Nova Lima: Imprimatur.
5. VIANNA, Marcos R. (2014). Hidráulica aplicada às estações de tratamento de água. 5. Ed. Nova Lima: Imprimatur.