

## IX-010 - GERAÇÃO DE SÉRIES DE PRECIPITAÇÃO PARA A BACIA DE CONTRIBUIÇÃO DA BARRAGEM DO RIO SÃO BENTO, SIDERÓPOLIS-SC

**Juliano Possamai Della<sup>(1)</sup>**

Engenheiro Civil, Mestre em Ciências Ambientais, Companhia Catarinense de Águas e Saneamento- Casan

**Bruno de Pellegrin Coan**

Engenheiro Ambiental, Mestre em Ciências Ambientais pelo Programa de Pós-graduação em Ciências ambientais da Universidade do Extremo Sul Catarinense (Unesc)

**Álvaro José Back**

Engenheiro Agrônomo, Doutor em Recursos Hídricos e Saneamento Ambiental, Professor do Programa de Pós-graduação em Ciências ambientais da Universidade do Extremo Sul Catarinense (Unesc), pesquisador da Empresa de Pesquisa Agropecuária e Extensão Rural de Santa Catarina (Epagri)

**Endereço<sup>(1)</sup>:** Rodovia BR 470, km 11, bairro Santa Galo, nº 7383, Rio do Sul- Santa Catarina - CEP 89163-020 e-mail: jdella@casan.com.br

### RESUMO

A simulação hidrológica dos volumes de água armazenada nos reservatórios sob diferentes demandas é uma ferramenta muito útil para o estabelecimento de critérios de operação destes reservatórios bem como no estabelecimento dos riscos de falhas no atendimento dessas demandas sob diferentes cenários. Para estas simulações há necessidade de longas séries de vazões afluentes, o que geralmente não ocorre. As vazões afluentes podem ser obtidas a partir de modelos de chuva-vazão, o que requer longa série de dados de precipitação diária. Este trabalho teve como objetivo ajustar e avaliar um modelo matemático para simulação de série de chuva na bacia de contribuição da barragem do rio São Bento, localizada em Siderópolis, sul de Santa Catarina. Foi utilizada a modelagem com cadeia de Markov de dois estados (dia seco e dia chuvoso) para simular a sequência de dias secos e chuvosos. Para simular a quantidade de chuva dos dias chuvosos foram avaliadas a distribuição exponencial e a distribuição gama. Os parâmetros do modelo foram ajustados por períodos mensais tomando como base a série de precipitação diária do período de 1978 a 2013, registrada nas estações meteorológicas da barragem do rio São Bento e da Estação Serrinha, da Agência Nacional de Águas. Foi gerada uma série de 100 anos de precipitação diária com base nas distribuições exponencial e gama. Observou-se que o modelo de Markov simulou as sequências de dias secos e chuvosos com as probabilidades de transição semelhantes as das séries observadas. Também observou-se que os parâmetros dos modelos refletem a sazonalidade da precipitação. As séries simuladas com a distribuição exponencial e gama apresentaram estatísticas descritivas muito próximas e com pequenas diferenças as estatísticas da série observada. Conclui-se que o modelo de Markov seguido de distribuição Gama para simular as quantidades de chuvas podem ser usadas na simulação de séries de chuvas diárias.

**PALAVRAS-CHAVE:** Precipitação, cadeia de Markov, simulação, distribuição gama.

### INTRODUÇÃO

A simulação hidrológica dos volumes de água armazenada nos reservatórios sob diferentes demandas é uma ferramenta muito útil para o estabelecimento de critérios de operação destes reservatórios bem como no estabelecimento dos riscos de falhas no atendimento dessas demandas sob diferentes cenários. Para estas simulações deve-se ter longas séries de vazões afluentes, o que geralmente não ocorre. Nestes casos pode-se estimar as vazões afluentes a partir dos volumes de precipitação na bacia por meio de modelos chuva-vazão.

Segundo Clarke (1988) os modelos hidrológicos podem ser usados para diferentes propósitos como: fazer estimativas de frequências de eventos extremos; fazer investigação de regras de operação de sistemas hídricos; para estender séries curtas de dados hidrológicos, ou ainda, para fornecer sequências sintéticas como parâmetros de entrada em modelos.

As séries de precipitações geralmente disponíveis apresentam limitações pelo tamanho e/ou pelas falhas nos registros de dados. A modelagem matemática da precipitação é usada para obter longas séries de chuva. A

modelagem matemática pode ser empregada para modelar indiretamente a vazão por meio de modelos de transformação de chuva, em vazão. O método indireto pode ser vantajoso, nas regiões em que se disponha de um registro pluviométrico de melhor qualidade, do que o fluviométrico, o que é frequente acontecer (Uggioni, 2005).

Kelmam (1987) fez a utilização da modelagem matemática para geração de precipitações extremas para auxiliar no dimensionamento de barragens na bacia do Rio Uruguai. Já Sansigolo (1988) utilizou a modelagem estocástica, para chuva diária de Piracicaba SP, na simulação da quantidade e ocorrência de chuvas, com objetivos de um melhor gerenciamento dos recursos hídricos. Rão e Biazi (1981) utilizaram a cadeia de Markov de primeira ordem, considerando dois estados para modelar a chuva em algumas estações pluviométricas do Estado de São Paulo. Também Pompeu e Righetto (1983) utilizaram a cadeia de Markov de primeira ordem para modelar a precipitação diária e horária da Bacia do Rio Jacaré-Guaçu, SP.

Segundo Souza et al. (1992) pode-se utilizar a cadeia Markov para determinar o número de dias trabalháveis com trator agrícola, modelando a umidade do solo com base na precipitação. Oliveira e Buzati (1983) também utilizaram a cadeia Markov para previsão do número provável de dias trabalháveis em serviços rodoviários em Minas Gerais. Virgens Filho e Cataneo (1999) utilizaram a mesma cadeia de primeira ordem em dois estados para simular a sequência de dias úmidos, considerando o valor mínimo de 0,2 mm para o dia ser considerado úmido. Clarke (1988) apresenta descrição detalhada do modelo de Markov e cita diversas aplicações na hidrologia.

Na simulação de séries de dados de precipitação a cadeia de Markov representa a primeira parte do modelo, que é usada para simular a sequência de dias secos ou chuvosos. A segunda parte do modelo, representando a quantidade de chuva dos dias chuvosos, geralmente é expressa por uma função de distribuição cumulativa de probabilidade. Diversas distribuições de probabilidade são utilizadas para modelar a quantidade de precipitação dos períodos chuvosos e a distribuição gama (Thom, 1958) pode ser considerada, como a mais adequada para períodos curtos (uma semana, cinco dias, um dia). Alguns exemplos da utilização da distribuição gama são encontrados em Buishand (1978); Sedyama et al. (1978); Castro Neto e Silveira (1983), entre outros.

A distribuição gama, entretanto, apresenta o inconveniente de sua função de probabilidade acumulada, não apresentar solução imediata, exigindo técnicas trabalhosas de expansão em séries (Arruda e Pinto, 1980) ou de integração numérica. Este aspecto, quando considerado relevante, tem levado alguns autores a transformar previamente os dados com o propósito de normalização. Isto foi realizado, por Amaral e Silva (1971), com base no pressuposto de que a homogeneização da variância, após transformação dos dados, conduz também a normalização da distribuição de probabilidade.

Este trabalho teve como objetivo ajustar e avaliar um modelo matemático para simulação de série de chuva na bacia de contribuição da barragem do Rio São Bento.

## **METODOLOGIA**

Conforme Casan (2004), o clima onde esta localizada a bacia hidrográfica em estudo possui clima classificação segundo Köppen como clima Cfa (clima subtropical úmido com verão quente). A precipitação total anual na região Sul de Santa Catarina, varia de 1220 a 1660 mm, com o total anual de dias de chuva entre 98 e 150 dias. A bacia de estudo possui área de drenagem de 112,12 km<sup>2</sup>, constituída por seus afluentes de maior significância o rio Serrinha e rio São Bento, contribuindo 40% e 60% respectivamente.

Foi utilizada a série de precipitações diárias da estação Serrinha (ANA, 2009) do período de 1986 a 2013, complementada com os dados da estação meteorológica da Barragem do Rio São Bento. Para a modelagem da ocorrência de precipitação, foi considerada a cadeia de Markov de dois estados, em que o dia é considerado seco ou chuvoso. O critério adotado para dia ser seco foi de chuva inferior a 1,0 mm. Neste trabalho foi utilizada a cadeia de primeira ordem, em que a probabilidade de um dia ser seco (ou chuvoso) depende somente da condição do dia anterior (Uggione, 2005).

Para levar em conta a estacionariedade, os parâmetros do modelo foram ajustados por períodos mensais. Dessa forma foram determinadas as matrizes de probabilidades de transição conforme:

$$P_{00} = \frac{N_{00}}{N_{00} + N_{01}} \quad \text{equação (1)}$$

$$P_{10} = \frac{N_{10}}{N_{10} + N_{11}} \quad \text{equação (2)}$$

$$P_{01} = 1 - P_{00} \quad \text{equação (3)}$$

$$P_{11} = 1 - P_{10} \quad \text{equação (4)}$$

em que: P00 = Probabilidade de um dia ser seco, dado que o anterior também foi seco;  
P10 = Probabilidade de um dia ser seco, dado que o anterior foi chuvoso;  
P01 = Probabilidade de um dia ser chuvoso, dado que o anterior foi seco;  
P11 = Probabilidade de um dia ser chuvoso, dado que o anterior foi chuvoso;  
N10 = frequência observada da sequência de dia chuvoso seguido por dia seco;  
N11 = frequência observada de sequência de dois dias chuvosos;  
N00 = frequência observada da sequência de dois dias secos;  
N01 = frequência observada de um dia seco seguido por dia chuvoso.

Para a simulação da quantidade de chuva nos dias chuvosos foram utilizados dois modelos, um baseado na distribuição exponencial e outro baseado na distribuição gama. A distribuição exponencial tem como função cumulativa de probabilidade:

$$F(X) = P[X \leq x] = \int_{x=0}^x \alpha e^{-\alpha X} = 1 - e^{-\alpha x} \quad \text{equação (5)}$$

O parâmetro  $\alpha$  dado distribuição exponencial foi estimado pelo método dos momentos como:

$$\alpha = \frac{1}{x} \quad \text{equação (6)}$$

A precipitação  $X$  com uma probabilidade  $P(X \leq)$  pode ser estimada por:

$$X = -\frac{\ln(1 - P(X \leq x))}{\alpha} \quad \text{equação (7)}$$

A distribuição Gama tem como função cumulativa de probabilidade:

$$F(X) = P(X \leq x) = \frac{1}{\Gamma(\gamma)\beta^\gamma} \int_0^x X^{\gamma-1} e^{-\frac{X}{\beta}} dx \quad \text{equação (8)}$$

Os parâmetros das distribuições foram estimados com base no método dos momentos (Kitté, 1977). Os parâmetros da distribuição gama foram estimados com base no método dos momentos por:

$$\beta = \frac{s^2}{x}$$

equação (9)

$$\gamma = \frac{-2}{s^2}$$

equação (10)

em que:

$\bar{X}$  é a média observada de precipitação dos dias com chuva;

$s^2$  é a variância dos dados observados.

Dessa forma foi elaborado um programa para a simulação das séries de cem anos de dados de precipitação com base na seguinte estrutura:

- 1) Gerar um número aleatório U;
- 2) Verificar se U for maior que a probabilidade de um dia do mês de janeiro ser seco (P0) então o dia anterior foi considerado chuvoso caso contrário o dia foi considerado seco;
- 3) para o dia d +1 gerar um número aleatório U;
- 4) Verificar se  $U \leq P10$  ou  $P00$  então o dia era seco (chuva = 0 mm), retornando ao item 3, caso contrário era chuvoso e segue para o item 5;
- 5) Gera um número aleatório U e com este número foi determinado pela distribuição exponencial e pela distribuição gama o valor esperado de chuva para o dia em questão, e retorna para o item 3.

O ajuste do modelo de Markov foi realizado com base na série de dados de precipitação da estação Serrinha, Para verificar a qualidade dos dados simulados foram calculadas as estatísticas descritivas e a matrizes de probabilidade de transição e também para as séries de precipitação simuladas.

## RESULTADOS OBTIDOS

Na tabela 1 constam os totais mensais e anuais de precipitação registrada na estação Serrinha, no período de 1986 a 2013. Observa-se que existem várias falhas nos registros de dados. A precipitação média mensal varia de 287,5 mm em janeiro a 86,5 mm em junho com total anual média de 2120,7 mm.

Na Tabela 2 constam os números de dias de chuva registrados chuvas registradas na estação Serrinha, sendo considerado dia chuvoso aquele com altura de precipitação maior que 1,0 mm. Verificando-se que o ano de maior ocorrência de dias chuvosos ocorreu em 2011 com 165 dias e destacando também o mês de janeiro como o de mais dias chuvosos. Os meses compreendidos entre maio e agosto apresentam os menores índices pluviométricos registrados, sendo representado pela transição de estação de outono para o inverno período de poucas chuvas na região, que variam em uma média de 7,6 a 8,2 dias de chuva nos meses entre maio a agosto.

Verificou-se que o mês de maior probabilidade do dia ser considerado seco com 74,86% (Tabela 3), possuindo também para esse mês um número de falhas de 170 ocorrências de falhas nos registros da estação já para o mês de fevereiro encontrou-se a menor probabilidade do dia ser considerado seco, (46,90%) e um número de falhas no registro de 343 ocorrências.

Conforme Kite (1977), para valores de assimetria inferiores a três indicam que as médias estão normalmente distribuídas, podendo utilizar-se da distribuição normal para as estimativas das probabilidades de ocorrência de valores mensais de chuva. Podendo ser ressaltado que os dados de assimetria analisados encontram-se quase que totalmente dentro da faixa descrito por Kite (1977) já para os valores de curtose foram encontrados valores bem superiores a três.

**Tabela 1: Índices pluviométricos estação Serrinha.**

Ano	Jan.	Fev.	Mar.	Abr.	Mai.	Jun.	Jul.	Ago.	Set.	Out.	Nov.	Dez.	Anual
1986	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	262,8	-
1987	338,2	329,9	157,6	164,4	258,3	111,1	212,1	192,3	137,4	252,6	170,5	-	-
1988	338,6	69,4	162,0	107,5	65,2	76,9	27,2	14,5	188,7	169,3	24,2	196,1	1439,6
1989	357,7	204,2	189,9	134,4	121,8	49,1	48,2	71,7	201,8	82,0	65,9	119,0	1645,7
1990	-	116,8	55,5	162,6	-	-	41,9	60,4	116,4	-	-	-	-
1991	68,7	-	-	-	-	-	-	-	-	-	251,0	231,4	-
1992	159,4	146,5	165,8	61,9	-	-	-	-	118,8	9,4	66,3	16,2	-
1993	301,1	225,8	201,3	113,4	-	0,0	-	23,5	318,0	110,0	88,5	274,0	-
1994	-	-	-	25,7	501,0	117,2	127,7	12,8	40,1	134,3	12,3	73,7	-
1995	191,0	-	-	0,0	35,2	110,1	153,7	30,6	275,2	97,6	191,3	165,4	-
1996	388,1	259,3	256,0	99,2	81,0	137,2	59,0	158,0	289,1	188,4	174,7	-	-
1997	421,8	459,1	73,2	103,1	37,0	59,4	184,4	242,9	182,9	359,2	320,7	116,7	2560,4
1998	-	-	232,1	-	73,6	-	-	124,5	-	-	140,5	140,1	-
1999	220,5	-	188,3	87,5	-	68,5	173,1	45,9	58,4	-	-	-	-
2000	324,7	407,7	196,9	71,2	55,1	82,7	54,6	46,1	202,9	209,7	168,7	203,5	2023,8
2001	279,5	587,5	172,0	138,2	132,3	50,5	164,8	35,4	263,9	174,6	220,8	181,1	2400,6
2002	161,3	199,1	260,9	122,0	122,1	173,4	71,7	82,1	86,1	240,7	223,7	179,7	1922,8
2003	54,8	158,6	169,5	164,9	28,9	93,4	57,5	26,0	104,5	177,4	122,7	149,0	1307,2
2004	224,5	155,6	202,3	193,2	232,5	126,0	82,0	18,4	241,0	111,3	194,1	225,8	2006,7
2005	134,3	202,4	226,1	103,8	162,1	65,0	65,6	312,2	195,1	338,5	172,4	201,4	2178,9
2006	322,9	213,5	301,9	93,1	101,9	72,2	96,8	104,7	39,9	145,2	561,4	140,9	2194,4
2007	221,7	201,1	360,8	122,5	231,3	26,5	164,0	111,7	194,1	142,6	199,2	196,4	2171,9
2008	255,1	193,3	262,9	132,7	218,2	95,4	19,8	62,1	200,5	317,5	467,1	276,4	2501,0
2009	508,7	305,9	276,1	81,6	40,1	47,6	66,4	206,0	468,5	116,1	246,5	304,9	2668,4
2010	376,7	181,7	369,4	149,3	395,2	95,8	146,7	87,3	123,0	148,6	320,1	128,1	2521,9
2011	668,9	361,4	212,6	54,9	138,0	136,6	288,7	351,6	174,1	102,5	66,9	216,7	2772,9
2012	417,9	175,2	76,2	40,6	38,7	108,4	129,4	91,2	168,1	159,7	59,3	150,8	1615,5
2013	163,2	362,4	192,6	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
Média	287,5	250,7	206,7	105,3	146,2	86,5	110,7	104,7	182,9	172,1	188,7	180,4	2120,7

Destaca-se que para as séries observadas encontraram-se diversas falhas nos registros sendo que em parte as diferenças proporcionadas entre as séries (observada e analisada) se devem a essas falhas e, por conseguinte se refletirá nas estimativas dos parâmetros do modelo.

A Tabela 4 apresenta as matrizes de transição do modelo da cadeia de Markov da série observada na estação Serrinha, com, as frequências de ocorrências de dia seco seguido por dia seco (N00), dia chuvoso seguido de dia seco (N10), dia seco seguido de dia chuvoso (N01), dia chuvoso seguido de dia chuvoso (N11), dias com falhas na observação (N7) e de dias com probabilidade serem secos (P0). Verifica-se que no mês de agosto há probabilidade de 17,55% de ocorrência de o dia seco ser seguido por dia chuvoso. Nos meses de maio a agosto onde se encontra os maiores valores de probabilidade para sequências de dias secos consecutivos (P00).

Na Tabela 5 constam os parâmetros da cadeia de Markov para a série simulada. Constata-se que as séries observadas e simuladas (Figura 1) apresentaram valores das probabilidades de transição praticamente iguais, indicando dessa forma que o modelo ajustado irá simular séries de chuva com sequencias de dias secos e chuvosos semelhantes ao período observado.

Mesmo com o efeito da sazonalidade o comportamento apresentou resultados satisfatórios demonstrando pequena distorção para o dia com chuva seguido de dia seco (P10) na série observada e simulada nos meses de março e maio. Essas diferenças podem em parte ser atribuídas às falhas nas observações da série observada.

Uggione (2005) analisando dados de várias estações pluviométricas do Sul de Santa Catarina também concluiu que o modelo de Markov de primeira ordem de dois estados a simulação das sequências de dias secos e chuvosos entre as séries observadas e simuladas mantém a mesma características.

**Tabela 2: Número de dias de chuva registrado na Estação Serrinha.**

Ano	Jan.	Fev.	Mar.	Abr.	Mai.	Jun.	Jul.	Ago.	Set.	Out.	Nov.	Dez.	Anual
1986	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	19	-
1987	17	20	7	9	9	7	12	15	10	15	6	-	-
1988	17	6	8	8	6	8	3	3	13	6	1	9	88
1989	17	11	9	8	8	6	3	5	13	8	5	8	101
1990	-	11	10	16	-	-	5	4	15	-	-	-	-
1991	7	-	-	-	-	-	-	-	-	-	14	11	-
1992	9	14	11	4	-	-	-	-	11	3	6	5	-
1993	24	18	14	12	-	0	-	2	9	5	3	21	-
1994	-	-	-	2	13	6	6	1	2	6	4	4	-
1995	15	-	-	0	3	9	11	4	10	12	13	6	-
1996	20	17	20	7	5	9	6	8	13	9	10	-	-
1997	17	17	7	5	6	3	7	12	12	19	20	13	138
1998	-	-	19	-	6	-	-	20	-	-	11	7	-
1999	23	-	12	10	-	7	17	5	9	-	-	-	-
2000	12	13	15	4	10	11	7	6	9	14	11	14	126
2001	15	19	18	12	8	7	6	6	15	8	12	9	135
2002	13	11	12	10	10	9	8	10	8	12	13	16	132
2003	7	13	14	9	2	10	8	4	10	10	8	10	105
2004	12	12	13	12	7	7	9	4	13	9	13	16	127
2005	11	16	13	10	8	7	6	10	16	21	13	16	147
2006	17	18	8	6	7	6	8	7	6	12	17	10	122
2007	14	18	18	11	12	6	9	9	11	13	10	11	142
2008	20	13	16	12	6	10	6	13	12	18	17	17	160
2009	16	12	13	9	10	8	8	12	18	16	14	15	151
2010	18	15	15	14	17	11	11	7	10	14	13	15	160
2011	24	21	15	9	9	11	15	18	10	11	8	14	165
2012	16	16	6	9	5	10	9	8	9	10	7	12	117
2013	10	19	16	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
Média	15,5	15,0	12,9	8,7	8,0	7,6	8,2	8,0	11,0	11,4	10,4	12,1	132,3

**Tabela 1: Estatística descritiva das chuvas diárias registrada na estação Serrinha.**

Mês	Prob.	Média	Des. padrão	Variância	Assimetria	Curtose	Maior	Menor	N	Falhas
1	0,5046	18,24	24,85	617,52	3,82	24,23	238,9	1,0	765	379
2	0,4690	16,58	19,80	392,05	2,67	12,55	153,4	1,0	646	343
3	0,5847	15,98	18,82	354,09	2,84	14,60	151,4	1,0	744	309
4	0,7158	12,02	13,39	179,20	2,66	14,46	106,5	1,0	732	208
5	0,7486	17,95	22,64	512,70	2,39	9,24	134,6	1,0	692	174
6	0,7463	11,11	10,74	115,45	1,74	6,23	55,4	1,0	670	170
7	0,7352	13,17	12,84	164,75	2,24	9,83	86,2	1,0	725	192
8	0,7405	12,86	15,36	236,05	2,19	7,81	84,0	1,0	763	198
9	0,6262	16,20	19,37	375,16	3,48	24,81	187,0	1,0	749	280
10	0,6287	14,95	16,43	269,79	2,70	13,30	111,6	1,0	719	267
11	0,6542	18,10	18,74	351,27	2,43	10,36	123,6	1,0	720	249
12	0,6060	15,39	18,41	339,04	2,56	11,50	129,7	1,0	769	303



**Tabela 4: Parâmetros da Cadeia de Markov da série observada.**

Mês	N00	N10	N01	N11	N7	TOTAL	P0	P00	PO1	P10	P11
1	242	143	146	232	105	763	0,5046	0,6237	0,3763	0,3813	0,6187
2	193	109	103	239	147	644	0,4689	0,6520	0,3480	0,3132	0,6868
3	305	130	128	180	125	743	0,5855	0,7044	0,2956	0,4194	0,5806
4	408	113	116	92	111	729	0,7147	0,7786	0,2214	0,5512	0,4488
5	423	94	91	82	178	690	0,7493	0,8230	0,1770	0,5341	0,4659
6	401	97	93	77	172	668	0,7455	0,8117	0,1883	0,5575	0,4425
7	439	92	96	95	146	722	0,7355	0,8206	0,1794	0,4920	0,5080
8	465	100	99	98	106	762	0,7415	0,8245	0,1755	0,5051	0,4949
9	359	110	112	172	92	753	0,6228	0,7622	0,2378	0,3901	0,6099
10	324	127	124	142	151	717	0,6290	0,7232	0,2768	0,4721	0,5279
11	364	107	105	144	120	720	0,6542	0,7761	0,2239	0,4263	0,5737
12	325	141	146	153	103	765	0,6092	0,6900	0,3100	0,4796	0,5204

**Tabela 5: Parâmetros da cadeia de Markov da série simulada.**

Mês	N00	N10	N01	N11	N7	TOTAL	P0	P00	PO1	P10	P11
1	927	590	603	980	0	3100	0,4894	0,6059	0,3941	0,3758	0,6242
2	874	450	459	1042	0	2825	0,4687	0,6557	0,3443	0,3016	0,6984
3	1265	521	507	807	0	3100	0,5761	0,7139	0,2861	0,3923	0,6077
4	1625	490	471	414	0	3000	0,7050	0,7753	0,2247	0,5420	0,4580
5	1934	429	417	320	0	3100	0,7623	0,8226	0,1774	0,5728	0,4272
6	1875	392	401	332	0	3000	0,7557	0,8238	0,1762	0,5414	0,4586
7	1888	406	405	401	0	3100	0,7400	0,8234	0,1766	0,5031	0,4969
8	1852	413	418	417	0	3100	0,7306	0,8159	0,1841	0,4976	0,5024
9	1438	427	436	704	0	3005	0,6206	0,7673	0,2327	0,3775	0,6225
10	1363	555	548	634	0	3100	0,6187	0,7132	0,2868	0,4668	0,5332
11	1501	447	454	598	0	3000	0,6493	0,7678	0,2322	0,4278	0,5722
12	1261	587	589	663	0	3100	0,5961	0,6816	0,3184	0,4696	0,5304

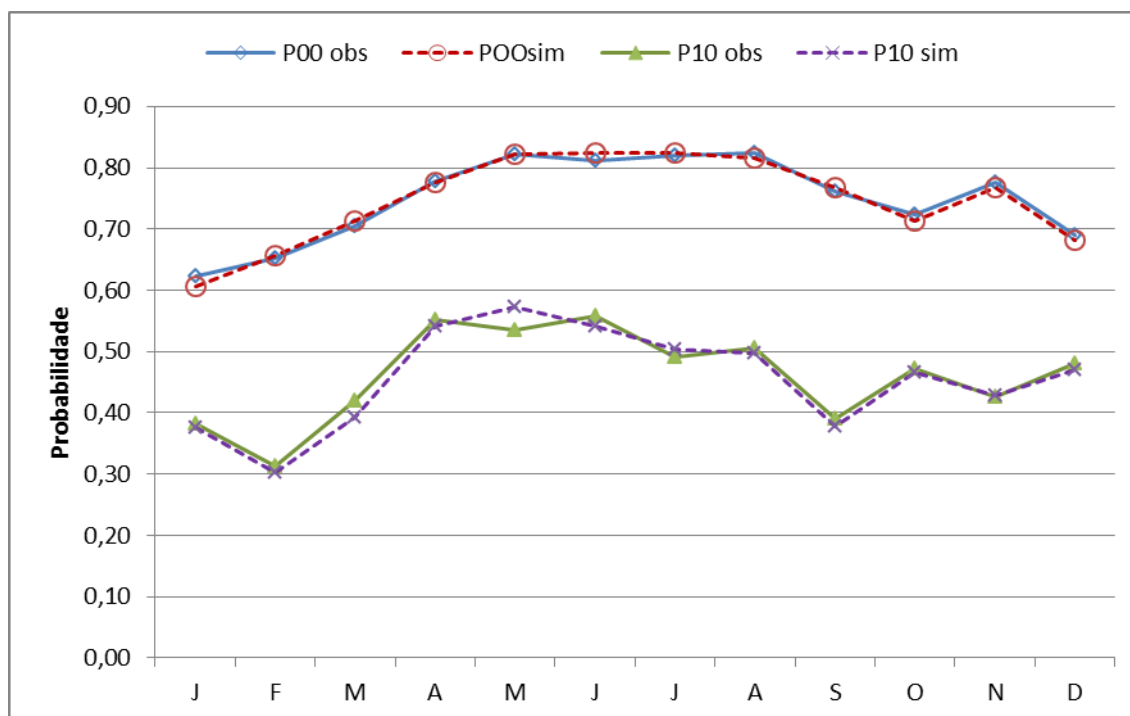


Figura 1: Variação sazonal dos parâmetros da cadeia de Markov da série observada e simulada.

As estatísticas descritivas referentes à simulação das séries tanto para distribuição exponencial quanto para distribuição gama encontram-se na Tabela 6 e Tabela 7. Verifica-se que para o mês de janeiro obteve-se o menor valor percentual com 48,94 % de probabilidade de ocorrência de dias secos e para o mês de maio a maior probabilidade de dias secos com 76,23% valores estes próximos aos observados conforme apresentado na Tabela 3. Os valores estatísticos referentes à distribuição exponencial e gama estão muito próximos, demonstrando que ambas as distribuições podem ser empregadas na simulação dos valores de chuva. Considerando que a série de chuva simulada com a distribuição gama apresentou valores extremos mais próximos da série observada, está foi usada na geração dos valores de vazão afluentes.

Conforme relato de Almeida (1995), a distribuição gama se mostra adequada para expor a distribuição das quantidades de precipitação sob as mais variadas condições climáticas, já Coe e Stern (1982) modelaram as precipitações diárias utilizando distribuição gama admitindo variações de parâmetro de escala, durante o ano e parâmetro de forma constante, obtendo efeitos aceitáveis para localidades do estudo como: Nigéria, Botsuana, Sri Lanka e Jordânia.

Tabela 6: Estatísticas descritivas da série simulada com distribuição Exponencial.

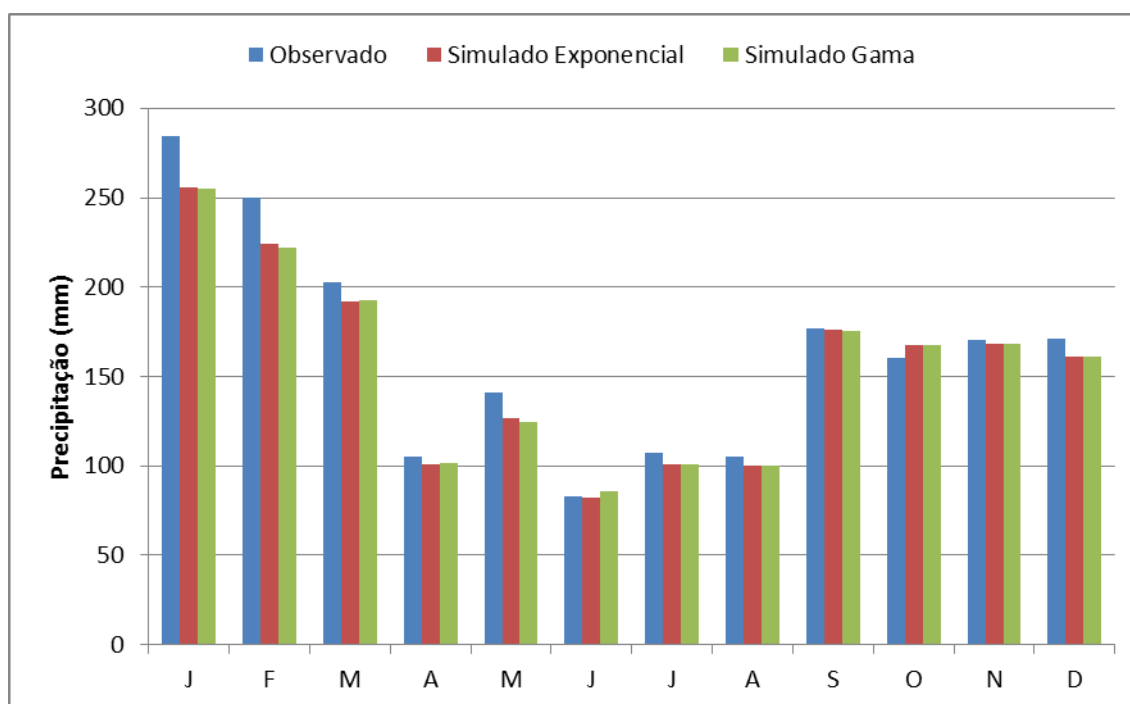
mês	Prob.	Média	Desv. padrão	Variância	Assimetria	Curtose	Maior	Menor	N	Falhas
1	0,4894	17,92	17,81	317,05	1,88	7,11	105,4	1	3100	0
2	0,4687	16,74	16,11	259,58	1,90	7,83	118,0	1	2825	0
3	0,5761	15,99	15,36	236,03	1,71	6,83	107,1	1	3100	0
4	0,705	12,17	12,73	162,05	2,08	8,52	88,2	1	3000	0
5	0,7623	18,2	17,67	312,23	1,63	5,74	99,3	1	3100	0
6	0,7557	11,12	10,55	111,27	1,85	7,37	70,4	1	3000	0
7	0,74	12,81	12,41	153,97	1,81	6,90	74,4	1	3100	0
8	0,7306	12,63	12,47	155,53	2,16	9,81	95,1	1	3100	0
9	0,6217	15,76	16,42	269,45	2,50	13,80	165,1	1	3000	0
10	0,6187	14,74	15,48	239,58	2,79	16,04	145,0	1	3100	0
11	0,6493	18,17	18,63	347,02	2,30	11,50	150,5	1	3000	0
12	0,5961	15,6	15,43	238,17	2,08	8,92	110,3	1	3100	0



**Tabela 72: Estatísticas descritivas da série simulada com a distribuição Gama.**

Mês	Prob.	Média	Desv. padrão	Variância	Assimetria	Curtose	Maior	Menor	N	Falhas
1	0,4894	17,85	24,09	580,20	2,47	10,05	152,4	1	3100	0
2	0,4687	16,72	19,20	368,72	2,26	9,75	148,1	1	2825	0
3	0,5761	16,01	17,92	321,06	2,03	8,45	131,5	1	3100	0
4	0,7050	12,24	14,23	202,49	2,29	9,67	101,3	1	3000	0
5	0,7623	18,31	22,05	486,36	2,01	7,31	129,8	1	3100	0
6	0,7557	11,12	10,21	104,27	1,79	7,09	67,6	1	3000	0
7	0,7400	12,82	12,11	146,69	1,77	6,71	72,3	1	3100	0
8	0,7306	12,57	14,90	222,08	2,58	12,50	119,9	1	3100	0
9	0,6217	15,74	19,74	389,79	3,03	18,47	213,8	1	3000	0
10	0,6187	14,73	17,13	293,41	3,08	18,52	165,6	1	3100	0
11	0,6493	18,18	19,41	376,83	2,40	12,18	158,8	1	3000	0
12	0,5961	15,64	18,51	342,66	2,47	11,20	138,9	1	3100	0

Os valores das quantidades de precipitações totais mensais de precipitação observadas foram analisados com a distribuição exponencial e gama onde verifica-se que ocorre uma pequena variação entre os valores porem de valor insignificante para os estudos realizados, demonstrando bom comportamento das séries (figura 2). Verifica-se também a distribuição das precipitações através da sazonalidade e com maior ocorrência das precipitações nos meses de janeiro a março.



**Figura 2: Totais mensais de precipitação da série observada e simuladas com a distribuição exponencial e distribuição gama.**

O mesmo comportamento descrito anteriormente para os totais mensais referente à comparação entre os dados com os valores simulados e observados que ocorrem para os dias de chuva mensal demonstrando na Figura 3 verificando-se que os meses de abril a agosto possuem valores próximos a 8 dias de chuva no mês, valores estes inferiores aos meses subsequentes.

Também foi constatado que as frequências de totais precipitados simulados apresentam valores semelhantes as frequências observadas na série usada para estimar os parâmetros do modelo (Figura 4).

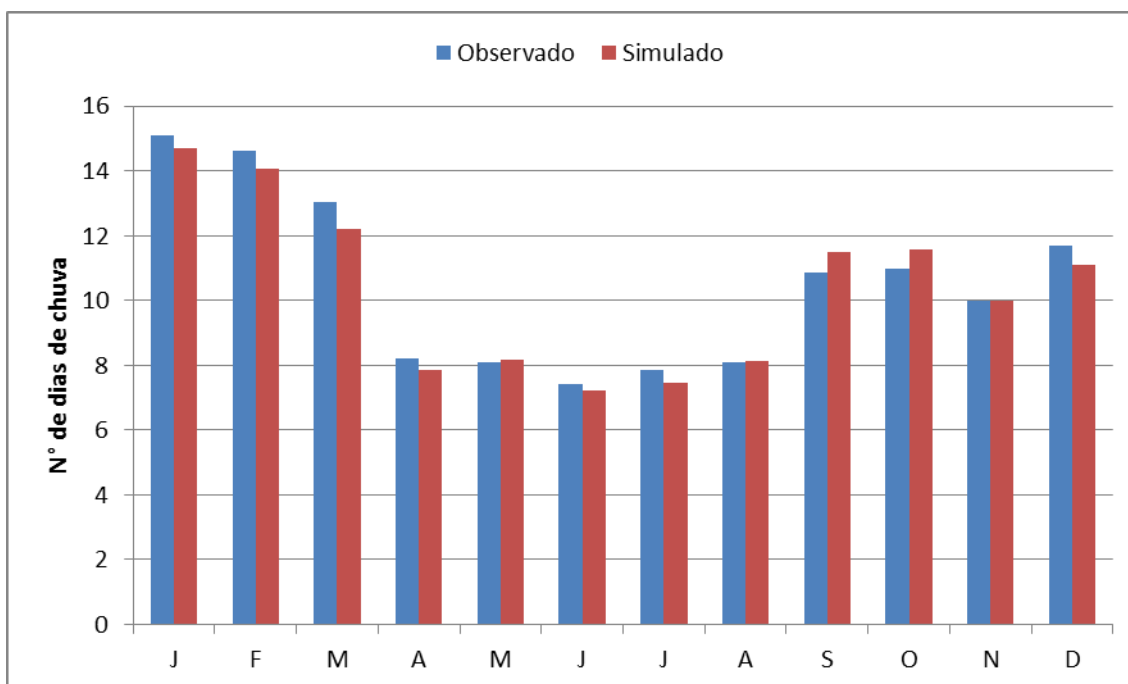


Figura 1: Dias de chuva mensal da série observada e simuladas com a cadeia de Markov.

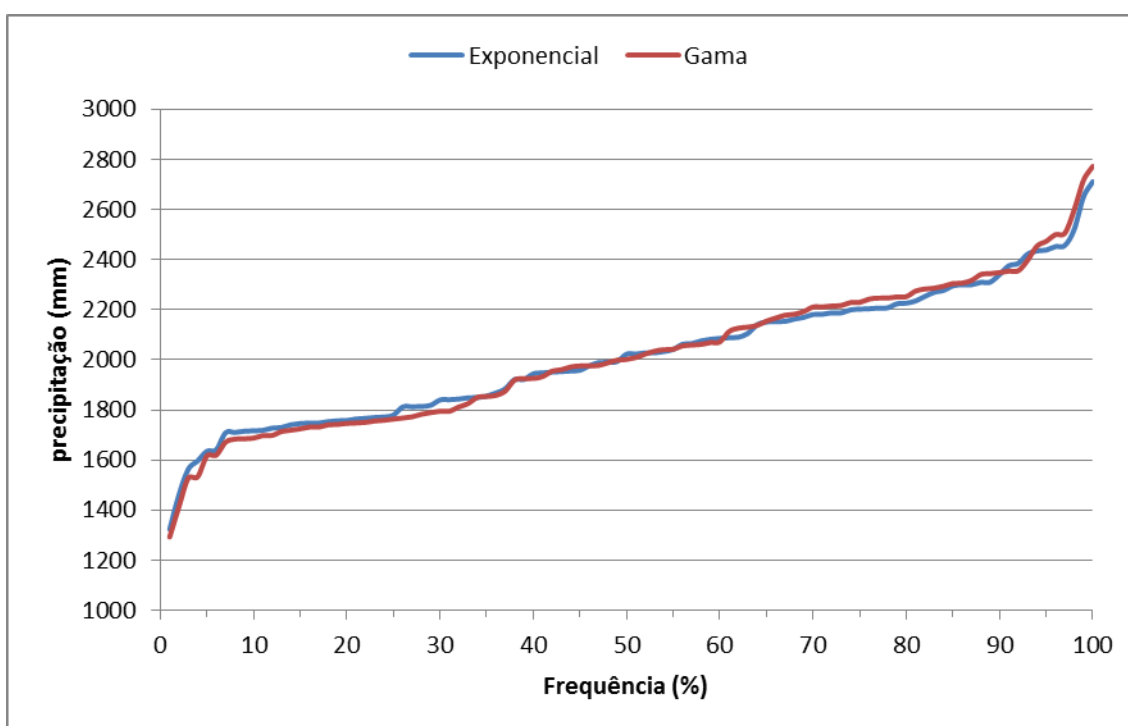
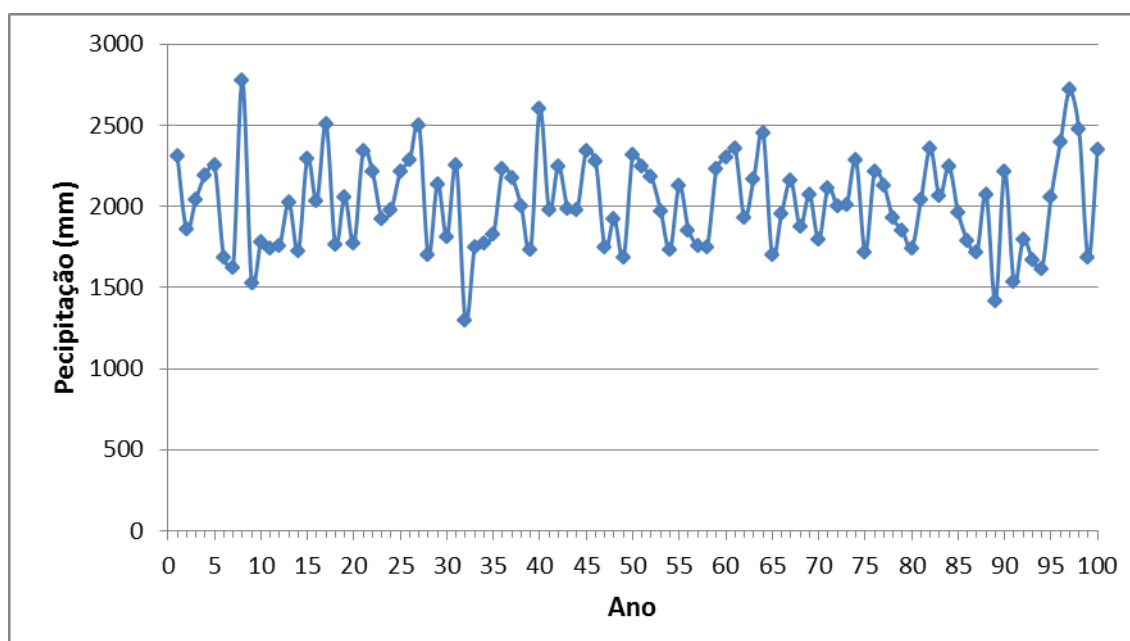


Figura 4: Frequência de precipitação total anual simulada com as distribuições exponencial e gama.

Na Figura 5 esta representada a série de 100 anos de dados de chuva simulada, que era o objeto de estudo do trabalho, onde os valores de precipitação total anual mantiveram-se dentro dos padrões observados sendo que a máxima precipitação observada foi de 2668,4 mm e a simulada de 2405,6 mm já para a mínima observada foi de 1307,0 mm e na série simulada obteve-se 1377,5 mm.



**Figura 5: Precipitação total anual da série simulada com a distribuição gama.**

## CONCLUSÕES

Com base nos resultados obtidos neste estudo pode-se obter as seguintes conclusões:

A modelagem matemática da precipitação por meio da cadeia de Markov de primeira ordem com dois estados simulou as sequências de dias secos e chuvosos de acordo com a série observada;

As séries de dados de precipitação simulada com distribuição exponencial e distribuição gama apresentaram as estatísticas semelhantes a série observada e podem ser usadas para obtenção de longas séries de precipitação.

## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

1. AGÊNCIA NACIONAL DE ÁGUAS. Inventário das estações pluviométricas. Brasília: ANA – SGH, 2009. 332 p.
2. ALMEIDA, R. M. B. de. Características climatológicas do regime de chuva em Minas Gerais. 1995. 64 f. Tese (Doutorado) - Curso de Meteorologia Agrícola, Universidade Federal de Viçosa, Minas Gerais, 1995.
3. AMARAL, E.; SILVA, J. B. Research on statistics applied to agricultural meteorology. Geneva. W. M. O., 1971, 7p.
4. ARRUDA, H. V.; PINTO, H. S. A simplified gamma probability model for analysis of the frequency distribution of rainfall in the region of Campinas, SP, Brazil. Agricultural Meteorology, Amsterdam, n. 22, p. 101-108, 1980.
5. BUIHAND, T. A. The Binary Darma-Process on a Model For We-Dry Sequences, Tech. The Netherlands: Univ. Wageningen (Dep. Math. Agric).
6. CASTRO NETO, P; SILVEIRA, J.V. Precipitação provável para Lavras/MG, baseada na função de distribuição de probabilidade Gama. 1Períodos de 10 dias. Ciência Prática, Lavras, n.7, v.1, p.58-65, 1983
7. CLARKE, R. T. Markov chains: applications to modeling of daily rainfall. In \_\_\_\_ Stochastic process for water scientist: developments and applications. Chi Chester: John Wiley, 1988. 183p.
8. COE, R.; STERN, R.D. Fitting models to daily rainfall data. Journal of Applied Meteorology, 21:1024-31, 1982.
9. KELMAN, J. Controle de Cheias e Aproveitamentos Hidroelétricos (RBE). Revista Brasileira de Engenharia, Rio de Janeiro, p 56-57, 1987.

10. KITE, G. W. 1977. Frequency and risk analyses in Hydrology. Water Resources Publications for Collins, 224p.
11. OLIVEIRA, J. A. F.; BUZATI, D. J. Previsão do número provável de dias trabalháveis em serviços rodoviários em Minas Gerais. Belo Horizonte: Departamento de Estradas e Rodagem (DER), p.149-167, 1983.
12. POMPEU, C. A.; RIGHETTO, A. M. Modelação da precipitação diária e horária para a Bacia do Rio Jacaré-Guaçu, SP. In: SIMPÓSIO BRASILEIRO DE HIDROLOGIA E RECURSOS HÍDRICOS, 5., 1983, Blumenau, FURB 1983. p.45-52
13. RÃO, N. J. M.; BIAZI, E. Um estudo estocástico para dias chuvosos e não chuvosos consecutivos para uma estação do interior de São Paulo. In: SIMPÓSIO BRASILEIRO DE HIDROLOGIA E RECURSOS HÍDRICOS, 4, 1981, Fortaleza. Fortaleza: 1981. p.89
14. POMPEU, C. A.; RIGHETTO, A. M. Modelação da precipitação diária e horária para a Bacia do Rio Jacaré-Guaçu, SP. In: SIMPÓSIO BRASILEIRO DE HIDROLOGIA E RECURSOS HÍDRICOS, 5, 1983, Blumenau, FURB 1983. p.45-52
15. SANSIGOLO, C. A. Modelagem Estocástica de precipitações diárias, Revista Brasileira de Engenharia, p.35-40, 1988. Caderno de Recursos Hídricos.
16. SEDIYAMA, G. C.; CHANCELLOR, W.J.; BURKHARDT, T.H.; GOSS, J.R. Simulação de parâmetros climáticos para a época de crescimento das plantas. Revista Ceres, Viçosa, v.25, n.141, p. 455-466, 1978.
17. SOUZA, A.; OLIVEIRA, C. R.; LAURETTO, M. Modelo para estimar o número de dias trabalháveis com tratores agrícolas. In: CONGRESSO BRASILEIRO DE METEOROLOGIA, 7., 1992, São Paulo, SP.
18. THOM, H. C. S. A note on the gama distribution. Monthly Weather Review, Washington, v.86, p.117-122, 1958.
19. UGGIONI, A. B. Utilização da modelagem matemática no planejamento ambiental no litoral sul de Santa Catarina. 2005. 60 f. Dissertação (Mestrado) - Universidade do Extremo Sul Catarinense, Programa de Pós-Graduação em Ciências Ambientais, Criciúma.
20. VIRGENS FILHO, J. S.; CATANEO, A. Modelo computacional para simulação da radiação solar global diária. Energia na Agricultura, v.14, n.2, p.24-36, 1999.