

## I-206 - DIMENSIONAMENTO DE SISTEMAS DE DISTRIBUIÇÃO DE ÁGUA, COM A OBTENÇÃO DA SOLUÇÃO ÓTIMA GLOBAL

**Moisés Menezes Salvino<sup>(1)</sup>**

Engenheiro Civil e Bacharel em Ciências da Computação pela Universidade Federal da Paraíba. Doutorando do Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica da UFPB; pesquisador do LENHS UFPB.

**Heber Pimentel Gomes**

Professor do Departamento de Engenharia Civil e Ambiental da UFPB. Coordenador do Laboratório de Eficiência Energética e Hidráulica (LENHS) da UFPB

**Paulo Sérgio Oliveira de Carvalho**

Professor do Curso de Formação de Oficiais Bombeiros Militares da Paraíba e Doutorando do Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica da UFPB; pesquisador do LENHS UFPB.

**Roberta Macêdo Marques Gouveia<sup>1</sup>**

Bacharel em Ciências da Computação pela Universidade Federal da Paraíba. Doutoranda do Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica da UFPB; pesquisadora do LENHS UFPB.

**Endereço<sup>(1)</sup>:** Rua Antônio Rabelo Junior, 70 – Apto 403 - Miramar – João Pessoa - PB - CEP: 58032-090 - Brasil - Tel: (83) 3226-8096 (83) 8815-2527 - e-mail: [riei@hotmail.com](mailto:riei@hotmail.com)

### RESUMO

O dimensionamento de redes de abastecimento de água, a partir do critério de otimização econômica, vem sendo pesquisado há mais de 20 anos, com o objetivo de alcançar uma solução de mínimo custo do sistema, composto pelas tubulações dos trechos da rede. As metodologias empregadas utilizam modelos de otimização, com destaque para as programações lineares e não lineares, dinâmicas, heurísticas e os algoritmos evolucionários. No entanto, as metodologias mencionadas não garantem que as soluções econômicas encontradas sejam efetivamente as de mínimo custo; ou seja, as metodologias antes apontadas não garantem a obtenção da solução ótima global. Este trabalho, através de restrições de pressão e velocidade, objetiva diminuir, significativamente, o número de iterações do processo exaustivo, garantindo a solução ótima global em um tempo aceitável. O método aqui apresentado vem propor uma alternativa para garantir a solução de menor custo, evitando as alternativas não factíveis hidráulicamente. O método foi testado para duas redes citadas na literatura, tendo-se obtido, efetivamente, os custos mínimos globais.

**PALAVRAS-CHAVE:** Dimensionamento, Sistemas de Distribuição de Água, Programação Exaustiva, Otimização.

### INTRODUÇÃO

Na última década, muitos trabalhos foram publicados buscando a otimização econômica no dimensionamento de redes de distribuição de água. Todos os trabalhos buscam, através de modelos matemáticos, reduzir o número de soluções no conjunto de alternativas de projeto de redes de abastecimento, tentando alcançar a solução de custo mínimo. Contudo, através dos modelos matemáticos clássicos (programação dinâmica, linear, não linear, algoritmos evolutivos, dentre outros) não se pode garantir que a alternativa de custo mínimo encontrada seja a solução ótima global. Como referência, podem ser citados os seguintes trabalhos: Differential Evolution (Vazan and Simonovic, 2010), LENHSNET (Gomes et al., 2009), ACO (Zecchin et al., 2007), Memetic Algorithm (Baños et al., 2007).

Segundo Neumaier (2001), através da otimização global pode-se determinar o conjunto absoluto de soluções admissíveis para encontrar a melhor alternativa que atenda a um objetivo sob determinadas condições. Estas técnicas fazem parte de um ramo da Pesquisa Operacional denominado de Otimização Global - OG. Para se garantir a otimalidade, teoricamente, devem ser testadas todas as possibilidades de combinações possíveis e eleger, dentre elas, a opção que representar o menor custo. Entretanto, se o método optar por testar todas as alternativas, considerando as condições de processamento dos computadores atuais, o cálculo de redes de maior porte será inviabilizado, devido ao tempo gasto com o processamento.

O método de otimização aqui apresentado se propõe obter a solução ótima global, reduzindo, significativamente, as possibilidades de soluções, eliminando, através do seu algoritmo, as soluções que sabidamente não atendem às condições de contorno impostas ao problema. A grande vantagem da aplicação do método será uma redução considerável no tempo de processamento.

A opção de dimensionamento de uma rede malhada, através da busca de todas as alternativas possíveis de projeto, levando-se em conta um determinado número de diâmetros para cada trecho da rede, é praticamente impossível devido ao elevado número de combinações possíveis. Por exemplo, para uma rede com 10 trechos e com 8 possibilidades de substituição de distintos diâmetros, haveria uma quantidade de soluções igual ao número de diâmetros disponíveis, elevado ao número de trechos; para o exemplo desta pequena rede existirão  $8^{10}$  ou 1.073.741.824 (um bilhão, setenta e três milhões, setecentos e quarenta e um mil, oitocentas e vinte e quatro) combinações. Para cada uma dessas combinações a rede deverá ser calculada hidráulicamente e deverá ser obtido o custo total para cada alternativa e, por fim, comparar todos os custos e escolher o menor dentre todos, sendo este o motivo que torna seu dimensionamento demasiadamente demorado.

## METODOLOGIA

O algoritmo exaustivo tem como princípio, testar todas as soluções possíveis. Entretanto quando se impõe restrições hidráulicas, grande parte das alternativas de projeto poderão ser descartadas. Neste trabalho serão impostas as restrições de pressão mínima nos nós e velocidade máxima da água nos trechos.

O modelo tem como base o sistema numérico convencional, onde cada algarismo corresponde a cada um dos trechos e os valores possíveis de cada algarismo correspondem aos diâmetros disponíveis. Para representar um número no sistema binário, basta combinar os algarismos possíveis {0, 1}, representando assim qualquer quantia. O número de combinações será a base elevada à quantidade de números representativos, ou seja, com 4 algarismos (no caso do binário são 4 bits) é possível representar números decimais de 0 até  $(2^4 - 1) = 15$ . Analogamente, se imaginarmos nossa disponibilidade de diâmetros como um sistema numérico  $\{D_1, D_2, D_3, \dots, D_n\}$  e sabendo que para cada trecho da rede será representado por um diâmetro, o número de configurações possíveis para a rede de distribuição será de acordo com a equação (1).

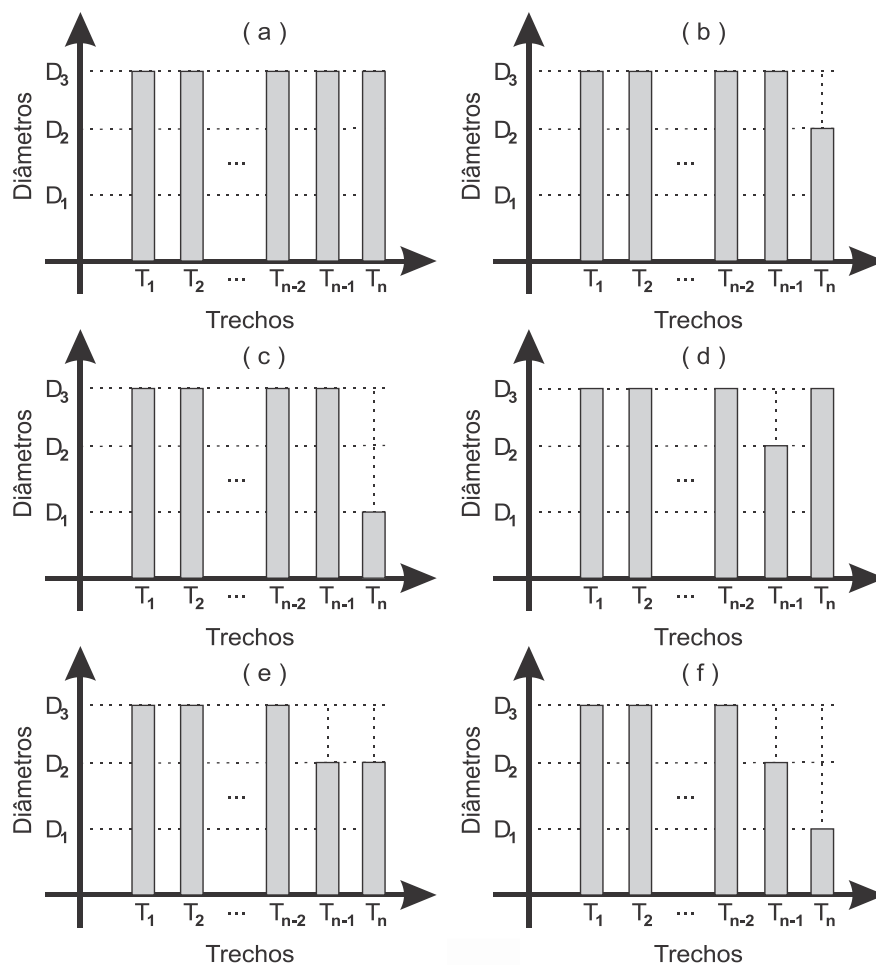
$$N_{\text{iterrações}} = D^T \quad \text{equação (1)}$$

onde D é o número de diâmetros possíveis e T o número de trechos da rede a ser dimensionada. O menor custo para o dimensionamento exaustivo pode ser representado pela equação (2).

$$C = \text{menor} \left\{ \left[ \sum_{i=1}^n L_i C_{D_i} \right]_k \right\} \quad \text{equação (2)}$$

onde  $L_i$  representa o comprimento do trecho i,  $C_{D_i}$  o custo por metro de implantação do diâmetro do trecho i e k é a iteração que vai de 1 até o número total de iterações, já demonstrado na equação (1).

Assim como no sistema numérico, os algarismos a esquerda são mais significativos que os da direita e a escolha dos trechos mais significativos dependerão da sua vazão, quando simulada inicialmente no diâmetro máximo. Partindo dos diâmetros máximos, em cada iteração se diminuirá o diâmetro do trecho menos significativo. Caso nenhuma restrição seja imposta, todas as possibilidades serão simuladas e o valor mínimo da rede será encontrado. A figura 1 mostra as seis primeiras iterações do processo exaustivo em sistema numérico, em (a) a rede é iniciada com todos os seus diâmetros no máximo, em (b) o trecho menos significativo (menor vazão) tem seu diâmetro diminuído até o ultimo diâmetro (c), em seguida, como o trecho  $T_n$  atingiu o menor valor de diâmetro possível, o segundo menos significativo  $T_{n-1}$  terá seu diâmetro diminuído e o trecho  $T_n$  voltará a ter o diâmetro máximo (d), repetindo assim o processo para todos os trechos da rede em estudo.



**Figura 1: Primeiras iterações em representação numérica do algoritmo exaustivo**

Para aperfeiçoar o processo exaustivo, sem prejudicar o resultado final, que é o dimensionamento global da rede, deve-se decrementar o trecho mais significativo da ultima substituição efetiva quando as variáveis de estado, pressão ou velocidade, ficarem fora dos limites estabelecidos. Portanto, quanto o trecho  $T$  for diminuído e assim resultar em uma pressão inferior à mínima, não se deve mais reduzi-lo, pois a modificação por diâmetros menores resultará em mais perdas, então o trecho mais significativo adjacente ao atual será diminuído assim que o limite de pressão for ultrapassado.

Analogamente, essa propriedade poderá ser aplicada à velocidade máxima, uma vez que ao diminuir o diâmetro, com a mesma vazão, a velocidade do fluxo aumentará, portanto, esse parâmetro também é utilizado como diminuição do número de iterações do processo exaustivo de dimensionamento.

O Algoritmo exaustivo baseado no sistema numérico, quando aplicado a um sistema que possui limites ou condições de contorno, é possível reduzir o número de iterações garantindo o mesmo resultado. Com a utilização do toolkit de programação do Epanet (ROSSMAN, 2008), foi desenvolvido um software com a programação do algoritmo proposto.

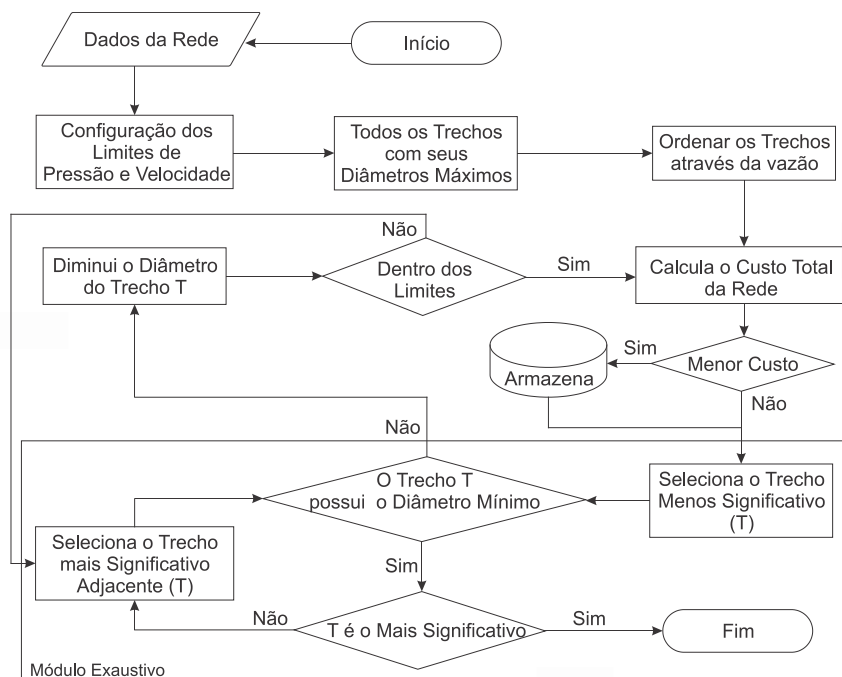


Figura 2: Fluxograma do modelo de otimização do processo exaustivo

## RESULTADOS

Como primeiro resultado da metodologia proposta será dimensionada uma rede hipotética, utilizada por Alperovits e Shamir (1977) e adotada como referência por diversos autores, para avaliar o desempenho de seus modelos de otimização, para o dimensionamento de redes de distribuição de água (ver Figura 3).

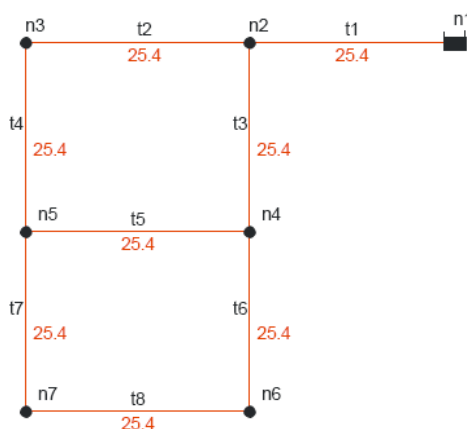


Figura 3: Rede Alperovits e Samir

A rede possui dois anéis, sete nós e oito trechos, sendo abastecida por gravidade por apenas um reservatório de nível fixo. Todos os trechos possuem 1000 m de comprimento e coeficiente de rugosidade de Hazen-Williams (Chw) igual a 130. A pressão mínima requerida para a rede é de 30 mca e a cota na origem é 210 m. Os dados referentes aos nós e trechos da rede estão dispostos na Tabela 1. Os custos dos tubos estão apresentados na Tabela 2, em conformidade com o exemplo original citado.

Tabela 1 – Dados da rede Alperovits e Samir

Nó	Demanda (l/s)	Cota (m)	Trecho	Comprimento (m)
n1	-	210	t1	1.000
n2	27,78	150	t2	1.000
n3	27,78	160	t3	1.000
n4	33,33	155	t4	1.000
n5	75,00	150	t5	1.000
n6	91,67	165	t6	1.000
n7	55,56	160	t7	1.000
			t8	1.000

Tabela 2 – Custos das Tubulações

Diâmetro (mm)	Rugosidade	Custo (\$/m)	Diâmetro (mm)	Rugosidade	Custo (\$/m)
25,4	130	2	254,0	130	32
50,8	130	5	304,4	130	50
76,2	130	8	355,6	130	60
101,6	130	11	406,4	130	90
152,4	130	16	457,2	130	130
203,2	130	23	508,0	130	170

Uma vez que o resultado do processo de otimização exaustiva garante a obtenção da solução ótima global, será observada a eficiência do algoritmo pelo número de iterações para se chegar à solução final. Para fins comparativos, a rede inicialmente foi dimensionada sem a otimização do algoritmo baseado no sistema numérico apresentado neste trabalho, obtendo-se o resultado mostrado nas Figuras 4 e 5, com 429.981.696 iterações, confirmando que o número de soluções possíveis para a metodologia é o número de diâmetros elevado ao número de trechos.

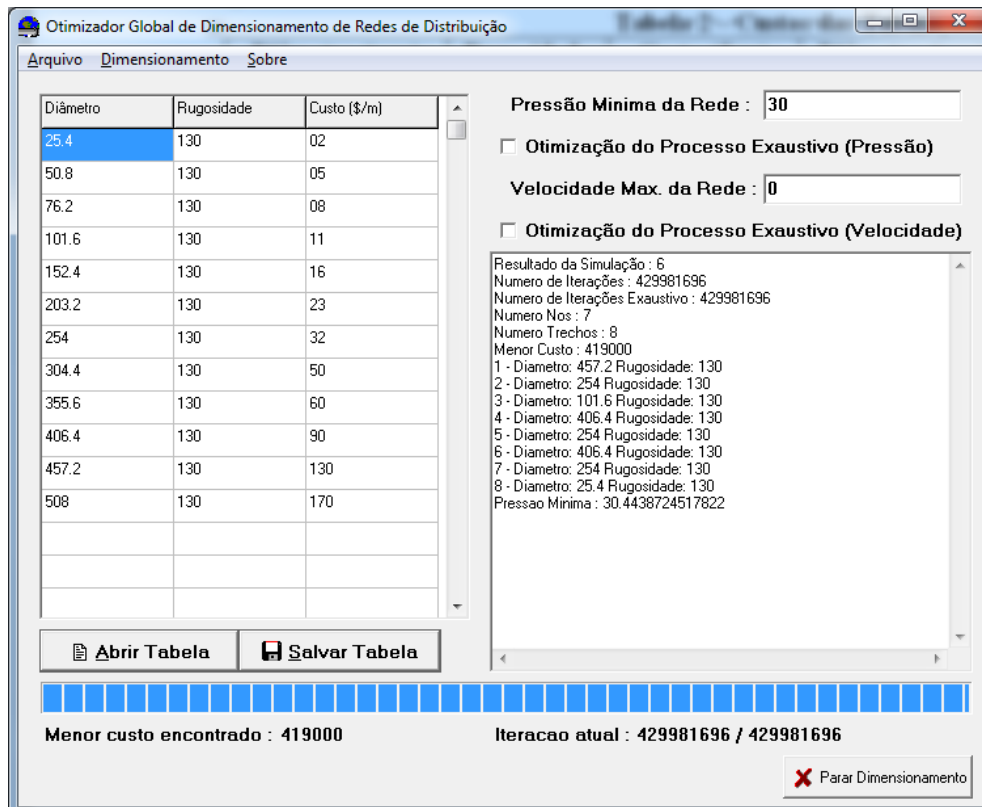
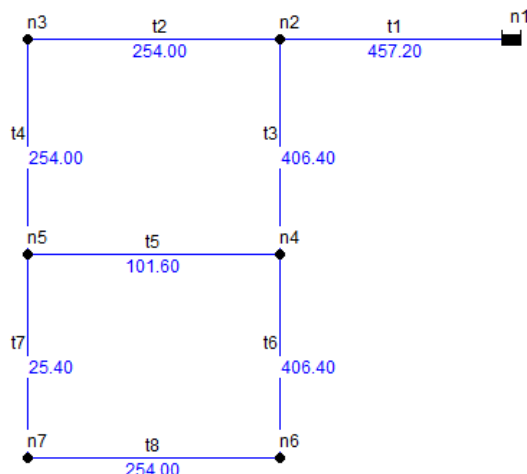
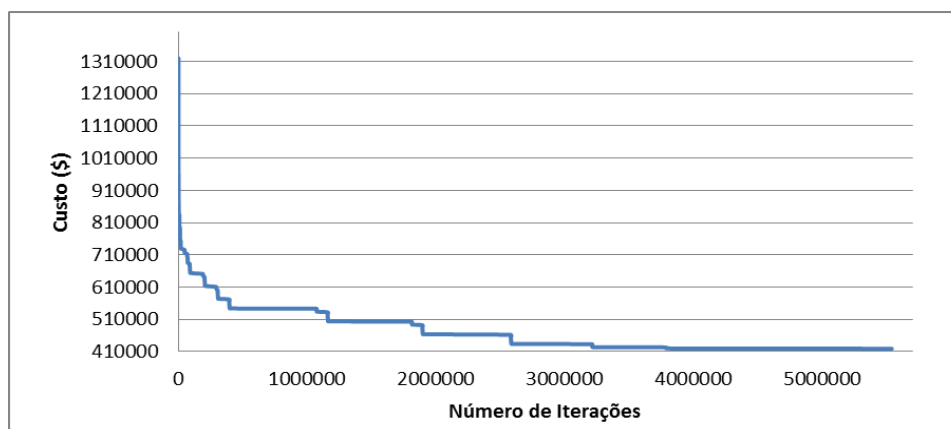


Figura 4: Dimensionamento Global através do processo exaustivo



**Figura 5: Rede Alperovits dimensionada através do processo exaustivo**

Com o dimensionamento utilizando o algoritmo proposto, houve uma redução do número de iterações para 5.609.942 (76 vezes menos interações), obtendo-se a mesma solução de \$ 419.000 como o menor custo da rede. A figura 6 mostra a rápida redução do custo em função do número de iterações, comprovando a otimização do tempo de processamento.

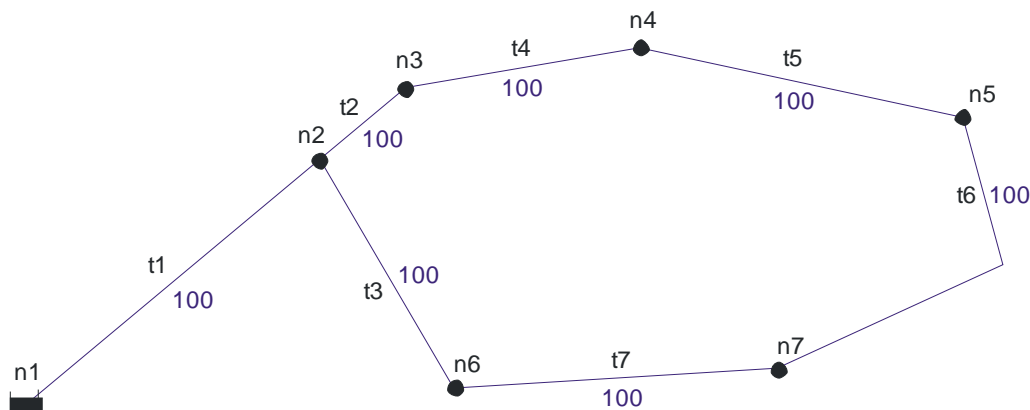


**Figura 6: Gráfico do custo em função do número de iterações da rede**

Diante dos resultados obtidos, percebe-se uma redução de processamento de 98,695% e que também foi observado na prática, já que, sem a otimização o software obteve o resultado após 5 horas de simulação, e na segunda tentativa, com o algoritmo proposto, o resultado foi obtido após 4 minutos de processamento, em um computador core i7 com 8 Gb de Memória RAM e HD 500Gb 7200 rpm.

A segunda rede exemplo refere-se ao dimensionamento de parte do sistema de distribuição de água do Bairro do Bessa da cidade de João Pessoa, Estado da Paraíba, Brasil. A rede projetada pela Companhia de Água e Esgotos da Paraíba – CAGEPA, em 1982, foi utilizada por Leal (1995), na aplicação dos modelos Hardy-Cross - WADISO (Walski et al. 1990) e o modelo GRANADOS, utilizada por Formiga (1999), na aplicação de um modelo de Programação Não Linear - PNL e também por Lopes (2002), na aplicação do modelo de Otimização Global.

A rede é composta por um único anel, constituído por 7 trechos e 7 nós, sendo o nó (n1) o ponto de alimentação da rede (reservatório), conforme Figura 7.



**Figura 7: Traçado da rede de parte do Bairro do Bessa**

Os dados deste exemplo foram extraídos do projeto original do dimensionamento realizado pela CAGEPA (apud Lopes, 2002). O material da rede é PVC para bitolas DN 100 até DN 250, com coeficiente de Hazen-Williams de 145, e de ferro fundido para bitolas DN 300 até DN 600, com ( $Chw = 130$ ) - ver Tabela 3. A cota piezométrica no reservatório é fixa, 54 m, e a pressão mínima admitida nos nós da rede, limitada a 25 mca. Os demais dados referentes aos nós e trechos da rede, encontram-se na Tabela 4.

**Tabela 3 – Custos das Tubulações para a rede do Bairro do Bessa.**

Diâmetro (mm)	Rugosidade	Custo (\$/m)	Diâmetro (mm)	Rugosidade	Custo (\$/m)
100	145	16,29	400	130	123,97
150	145	40,54	450	130	155,01
200	145	57,69	500	130	176,96
250	145	77,18	600	130	231,32
300	130	92,37			
350	130	110,12			

**Tabela 4 – Dados referentes aos nós e trechos para a rede do Bairro do Bessa.**

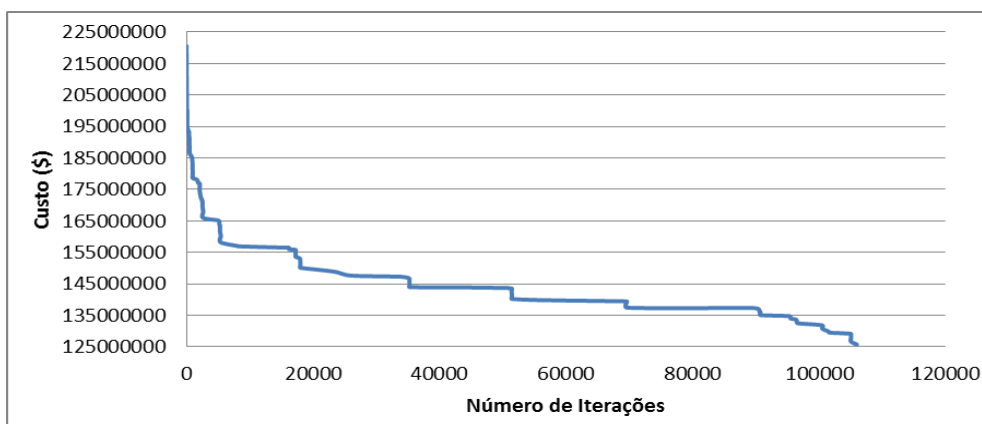
Nó	Demanda (L/s)	Cota (m)	Trecho	Comprimento (m)
n1	-	54,0	t1	2.540
n2	0,00	30,0	t2	350
n3	43,44	30,0	t3	1.020
n4	40,29	29,0	t4	1.140
n5	208,60	29,5	t5	1.430
n6	47,78	29,5	t6	1.710
n7	80,32	29,5	t7	1.430

**Tabela 5 – Dimensionamento Global para a rede do Bairro do Bessa**

Trecho	Diâmetro (mm)	Comprimento (m)	Custo Unitário (\$/m)	Custo Total (\$)
t1	600	2.540	23132	58.755.280,00
t2	500	350	17696	6.193.600,00
t3	300	1.020	9237	9.421.740,00
t4	450	1.140	15501	17.671.140,00
t5	400	1.430	12397	17.727.710,00
t6	100	1.710	1629	2.785.590,00
t7	300	1.430	9237	13.208.910,00
<b>Total (\$)</b>				<b>125.763.970,00</b>

Adotando o número de iterações como parâmetro para análise, para fins comparativos, a rede inicialmente foi dimensionada sem a utilização do algoritmo proposto, obtendo-se o resultado mostrado na Tabela 5. Foram realizadas 10.000.000 (dez milhões) de iterações.

Com o dimensionamento utilizando o algoritmo proposto, houve uma redução do número de iterações para 106.058 (figura 8) obtendo-se o mesmo resultado de \$ 125.763.970,00 como sendo o de menor custo para a rede.



**Figura 7: Gráfico do custo em função do número de iterações da rede Alperovits**

A rede foi dimensionada em pouco mais de 7 segundos, contra 15 minutos de simulação quando utilizado o método exaustivo tradicional. Portanto, houve uma redução de processamento da ordem de 98,94%, utilizando-se a mesma configuração computacional do primeiro exemplo.

A Tabela 6 apresenta um resumo dos estudos que utilizaram esta mesma rede para a validação das suas metodologias de otimização. Os resultados com o custo inferior, em termos econômicos, em relação ao método proposto, PNL e GLOBAL, utilizaram o artifício da divisão de trechos em dois diâmetros consecutivos.

**Tabela 6 – Otimizações utilizando a rede do Bairro do Bessa**

Estudo	Custo \$
Projeto original (CAGEPA, 1982)	174.481.640,00
Hard-Cross – WADISO (LEAL, 1995)	138.458.323,00
GRANADOS (LEAL, 1995)	137.562.788,00
EficientE (CARVALHO, 2007)	126.046.954,00
<b>Algoritmo Proposto – Dimensionamento Global</b>	<b>125.763.970,00</b>
Programação não linear (FORMIGA, 1999)	124.873.088,00
Otimização global (LOPES, 2002)	124.324.826,00

## CONCLUSÕES

Observa-se pelos resultados obtidos que a metodologia proposta encontra o melhor dimensionamento em um espaço de tempo aceitável, para as redes apresentadas. O algoritmo desenvolvido pode ser implantado com a utilização do toolkit de programação do programa EPANET2.

Observou-se que com o algoritmo proposto, o número de iterações ou de alternativas de projeto, diminuiu mais de 98% em relação à metodologia de busca exaustiva clássica. O trabalho aqui apresentado não pode ainda assegurar o tempo de processamento para redes de médio e grande porte. No entanto, isto não invalida a qualidade do modelo, pois com o crescente avanço da informática esta limitação será superada.

Espera-se que no futuro, onde os computadores terão um poder de processamento muito superior aos de hoje, essa metodologia possa ser aplicada para redes de maior porte e mais complexas, com um tempo de processamento exequível.



## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

1. ALPEROVITS, E. and SHAMIR, U. Design of optimal water distribution systems. *Water Resources Research*, v. 13, n. 6, p. 885-900. New York, NY, USA, 1977.
2. BAÑOS R., GIL C., AGULHEIRO J. I. and RECA J. A Memetic Algorithm for Water Distribution Network Design. *ASC 39: Soft computing in industrial applications*. SAAD A. et al., eds., Springer, Berlin, 279-289.
3. CAGEPA. Companhia de Água e Esgoto do Estado da Paraíba. Projeto da rede distribuidora do bairro do Bessa. João Pessoa, PB, 1982.
4. CARVALHO, P. S. O. *EficienTE – Um método de dimensionamento econômico para redes de distribuição de água*. Dissertação de Mestrado. Universidade Federal da Paraíba, Centro de Tecnologia – Campus I, João Pessoa, PB, 2007, 128p.
5. FORMIGA, K. T. M. *Metodologia de otimização de redes malhadas através da programação não linear*. Dissertação de Mestrado. Universidade Federal da Paraíba, Centro de Ciências e Tecnologia – Campus II, Campina Grande, PB, 1999, 158p.
6. GOMES, H.P. *Eficiência Hidráulica e Energética em Saneamento - Análise Econômica de Projetos*. 1ª Edição, 114p. Editora da ABES Nacional. Rio de Janeiro, 2005.
7. GOMES H. P., BEZERRA S. T. M., CARVALHO P. S. O., SALVINO M. M. Optimal Dimensioning Modelo of Water Distribution Systems - LENHSNET. *Water SA* Vol. 35, 2009.
8. LEAL, A. F. *Estudo comparativo de métodos de otimização de redes malhadas pressurizadas*. Dissertação de Mestrado. Universidade Federal da Paraíba. Campina Grande, PB, 1995.
9. LOPES, A. V. *Otimização do dimensionamento e análise de confiabilidade de redes de distribuição de água*. Dissertação de Mestrado, Universidade de Brasília, Faculdade de Tecnologia, Departamento de Engenharia Civil e Ambiental, Brasília, DF, 2002, 148p.
10. NEUMAIER, A. Constraint Global Optimization. In *COCONUT. Algorithms for Solving Nonlinear Constrained and Optimization Problems*. The State of the Art, p. 55-113, 2001.
11. ROSSMAN, L. A. *EPANET2: User's manual*. U. S. Environment Protection Agency, Cincinnati, Ohio, USA, 2009.
12. VAZAN A. and SIMONOVIC P. S. Optimization of Water Distribution Network Design Using Differential Evolution. *Journal of Water Resources Planning and Management*. ASCE, 2010.
13. ZECHIN C. A., MAIER, H. R., SIMPSON A. R., LEONARD M. and NIXON J. B. Ant Colony Optimization Applied to Water Distribution System Design: Comparative Study of Five Algorithms. *Journal of Water Resources Planning and Management*. ASCE, 2007.