

## IV-116 - MODELO HIDRODINÂMICO RIVER 2D: ANÁLISE DE SENSIBILIDADE À RUGOSIDADE EM PEQUENO CURSO D'ÁGUA

**Vívian Gemiliano Pinto<sup>(1)</sup>**

Engenheira Civil pela Universidade Federal de Juiz de Fora. Mestre em Saneamento, Meio Ambiente e Recursos Hídricos pela Universidade Federal de Minas Gerais. Professora do Instituto Federal do Sudeste de Minas Gerais – Campus Juiz de Fora. Doutoranda em Ecologia pela Universidade Federal de Juiz de Fora.

**Celso Bandeira de Melo Ribeiro**

Engenheiro Civil pela Universidade Federal de Juiz de Fora. Mestre em Engenharia Civil pela Universidade Federal do Rio de Janeiro. Doutor em Engenharia Agrícola pela Universidade Federal de Viçosa. Professor do Departamento de Engenharia Sanitária e Ambiental da Universidade Federal de Juiz de Fora

**Demetrius David da Silva**

Graduação em Agronomia pela Universidade Federal de Viçosa. Mestre e Doutor em Engenharia Agrícola pela Universidade Federal de Viçosa. Professor do Departamento de Engenharia Agrícola da Universidade Federal de Viçosa.

**Ricardo Costa Pinto e Santos**

Bacharel em Informática pela Universidade Federal de Juiz de Fora, Mestre em Sistemas Computacionais pela Universidade Federal do Rio de Janeiro. Professor do Instituto Federal do Sudeste de Minas Gerais – Campus Juiz de Fora.

**Endereço<sup>(1)</sup>:** Rua Halfeld 1216 - Centro – Juiz de Fora - MG - CEP: 36016-321 - Brasil - Tel: (32) 3214-8828 - e-mail: vivian.pinto@ifsudestemg.edu.br

### RESUMO

O Modelo hidrodinâmico River 2D, fundamentado no método de elementos finitos, baseado na formulação conservadora de Petrov-Galerkin, considera que a rugosidade efetiva é o parâmetro de resistência a ser especificado em cada nó da malha de elementos finitos nos arquivos de entrada. O objetivo deste trabalho foi determinar a sensibilidade do Modelo Hidrodinâmico River 2D em pequeno curso d'água com considerável quantidade de obstruções e sinuosidade. Para tanto, testou-se quatro valores para o coeficiente de Manning ( $n=0,02$ ,  $n=0,04$ ,  $n=0,06$  e  $n=0,2$  s m<sup>-1/3</sup>). Identificou-se que a seção intermediária do curso d'água apresentou maior sensibilidade a alteração dos coeficientes de rugosidade. Porém, ao analisar-se as variáveis profundidade e velocidade, separadamente, observou-se que a profundidade é mais sensível que a velocidade às mudanças na rugosidade. Para uma rugosidade dez vezes maior que a mínima estabelecida obteve-se uma diferença absoluta de 82,3% na profundidade, enquanto que a alteração máxima na velocidade foi de 43,7%. Por fim, o teste de sensibilidade do modelo à rugosidade indicou a necessidade de se incorporar ao coeficiente de rugosidade não só a granulometria de fundo, mas as características de obstruções, variação nas seções, vegetação e sinuosidade, uma vez que se trata de um curso d'água natural com diversos fatores interferindo no escoamento.

**PALAVRAS-CHAVE:** Modelagem hidráulica, coeficiente de Manning, coeficiente de rugosidade efetiva.

### INTRODUÇÃO

O Modelo hidrodinâmico River 2D, desenvolvido na Universidade de Alberta, Canadá, é um modelo bidimensional horizontal de simulação hidráulica e de habitat para rios e córregos naturais, fundamentado no método de elementos finitos, baseado na formulação conservadora de Petrov-Galerkin, sendo capaz de apresentar soluções em seções de fluxo subcrítico e supercrítico (Oliveira, Capobianco, Guedes, Silva, Martins, Lisboa 2013; Steffler, Blackburn 2002).

A ferramenta computacional River2D é composta por quatro módulos (River Bed, River Ice, River Mesh e River2D) que, normalmente, são utilizados em sequência. O processo de modelagem envolve, inicialmente, a criação e edição de dados da topografia do canal e de seu entorno por meio dos módulos River Bed e River Ice; a geração da malha de elementos finitos por meio do módulo River Mesh e, por fim, no módulo River2D, a realização das simulações hidráulica e de habitat para a malha gerada (Steffler e Blackburn, 2002).

O River 2D considera que o termo relativo ao atrito associado à inclinação do leito depende das tensões de cisalhamento no leito que são assumidas como relacionadas à magnitude e direção da velocidade média (Steffler, Blackburn 2002). A Equação 1 apresenta o cálculo do coeficiente de atrito devido à declividade na direção x.

$$S_{fx} = \frac{\tau_{bx}}{\rho H g} = \frac{\sqrt{U^2 + V^2}}{g H C_s^2} U \quad \text{Equação 1}$$

Onde  $\tau_{bx}$  é a tensão de cisalhamento no leito na direção x e  $C_s$  é o coeficiente de Chezy, adimensional. Este coeficiente está relacionado à rugosidade efetiva,  $k_s$  e a profundidade do fluxo, como pode ser observado na Equação 2.

$$C_s = 5,75 \log \left( 12 \frac{H}{K_s} \right) \quad \text{Equação 2}$$

Para uma determinada profundidade de fluxo, H, o número de Manning (n) e  $k_s$  estão relacionados pelas Equações 3 e 4.

$$K_s = \frac{12H}{e^m} \quad \text{Equação 3}$$

$$m = \frac{H^{\frac{1}{6}}}{2,5 n \sqrt{g}} \quad \text{Equação 4}$$

A rugosidade efetiva é adotada como parâmetro de resistência, pois tende a manter-se constante ao longo de um leque mais amplo de profundidades do que o número de Manning (Steffler, Blackburn 2002).

A rugosidade efetiva (em m) é o parâmetro de resistência a ser especificado em cada nó da malha de elementos finitos utilizada no River 2D, para tanto sua determinação é requerida nos arquivos de entrada do River Bed. Para uma estimativa inicial da resistência devido à rugosidade do material do leito, recomenda-se que se arbitre o valor de  $k_s$  de uma a três vezes o maior diâmetro do grão do leito. Contudo, os valores finais devem ser obtidos através da calibração, comparando-se os resultados modelados com as elevações da superfície da água e velocidades medidas (Steffler, Blackburn 2002).

Alguns autores atestam que o modelo River2D é sensível à rugosidade, identificando aumento nos valores de profundidade quando aumenta-se a rugosidade (Boavida & Pinheiro, 2010; Boavida, 2007; Ghanem, Steffler, & Hicks, 1996; Oliveira et al., 2013). Contudo, Crowder & Diplas (2000) defendem que a calibração de um modelo bidimensional adotando-se valores de rugosidade mais elevados do material do leito não se traduz em diferenças significativas nos resultados da modelagem, sendo por isso, uma parte do processo a desconsiderar. Boavida & Pinheiro (2010) também ressaltam que as diferenças registradas considerando-se diferentes rugosidades e discretizações da malha não são significativas para a modelação de habitats no modelo River2D, pois em locais com pouca profundidade, diferenças em torno de 10% são da ordem de 2 cm, valor insignificante considerando-se a superfície livre de escoamento num curso de água natural.

Neste contexto, o objetivo deste trabalho foi determinar a sensibilidade do Modelo Hidrodinâmico River 2D em pequeno curso d'água, com considerável quantidade de obstruções e sinuosidade.

## MATERIAIS E MÉTODOS

A área de estudo está localizada na Bacia Hidrográfica do Ribeirão do Espírito Santo (BHRES), no Córrego Taquaras. O trecho do córrego estudado tem 1356,97 m, cujas coordenadas das seções monitoradas são apresentadas na Tabela 1.

**Tabela 1: Coordenadas Geodésicas e UTM - Datum Planimétrico: SIRGAS2000 das três seções de monitoramento**

Seção	Latitude	Longitude	E (m)	N (m)	H (m)
S1	S 21°41'14,3572"	W 43°33'29,7134"	649153,814	7601087,938	714,17
S2	S 21°41'08,6434"	W 43°33'18,8163"	649468,651	7601260,733	713,62
S3	S 21°41'00,2419"	W 43°33'03,4056"	649913,999	7601514,963	712,46

A análise de sensibilidade do modelo ao coeficiente de rugosidade foi testado para uma vazão de  $0,48 \text{ m}^3 \text{ s}^{-1}$ , com nível d'água em relação ao nível médio dos mares na seção de entrada de 712,864 m, 711,206 m na seção de saída e coeficientes de transmissividade e armazenamento de 0,1 e 1, respectivamente. A malha de elementos finitos utilizada possuía 37.715 nós, 73.088 elementos e índice de qualidade igual a 0,42. Os valores adotados para os parâmetros que compõem o coeficiente de viscosidade turbulenta foram:  $\epsilon_1$  e  $\epsilon_3$  iguais a zero e testou-se  $\epsilon_2$  igual a 0,5 e 1,0.

O valor do coeficiente de rugosidade efetiva  $K_s$  foi calculado utilizando-se a função *Roughness Converter* do River 2D. O valor de  $K_s$  foi calculado utilizando-se o raio hidráulico de três seções monitoradas e testou-se quatro valores para o coeficiente de Manning ( $n=0,02$ ,  $n=0,04$ ,  $n=0,06$  e  $n=0,2 \text{ s m}^{-1/3}$ ).

No trecho entre a seção 1 e a seção 2, aplicou-se o coeficiente de rugosidade efetiva  $K_s$  calculado utilizando-se o raio hidráulico da seção 1. Entre a seção 2 e o ponto de coordenadas UTM X igual a 649817,7 m e Y igual a 7601415,8 m (Fuso 23S) aplicou-se o coeficiente de rugosidade efetiva calculado utilizando-se o raio hidráulico da seção 2 e entre esse ponto e a seção 3,  $K_s$  foi calculado em função do raio hidráulico da seção 3.

Para analisar a influência da rugosidade na velocidade e profundidade modeladas, foram determinadas as velocidades e profundidades nas três seções monitoradas para os testes realizados. As variáveis de interesse foram extraídas das três seções transversais, cujas coordenadas UTM (Fuso 23S) das margens são apresentadas na Tabela 2. A orientação de margem direita e esquerda segue a orientação de frente para jusante.

**Tabela 2: Coordenadas das seções de monitoramento**

Seção	Margem esquerda		Margem direita	
	Coordenada X	Coordenada Y	Coordenada X	Coordenada Y
1	649139,75	7601103,5	649136,4	7601096,7
2	649468,651	7601260,733	649471,414	7601251,816
3	649914,293	7601514,373	649918,116	7601510,887

Para determinação do perfil de profundidades nas três seções transversais monitoradas considerou-se pontos espaçados de 0,5 em 0,5 m em relação aos marcos assinalados na Tabela 2, desde que possuíssem profundidade igual ou superior a 0,1 m. Nos pontos em que a profundidade alcançava a profundidade mínima estabelecida também eram extraídas as respectivas velocidades.

Para comparação das profundidades e velocidades modeladas nos testes, determinou-se a média de cada variável de interesse, tomando-se por base profundidades e velocidades extraídas, de acordo com a metodologia descrita acima em cada uma das seções de monitoramento, uma vez que essa também foi a metodologia adotada nos trabalhos de campo.

Posteriormente, comparou-se as profundidades e velocidades médias modeladas com as médias medidas nas três seções e calculou-se o erro absoluto em cada seção para cada um dos testes.

## RESULTADOS E DISCUSSÃO

As características do processo iterativo para cada uma das oito soluções testadas são apresentadas na Tabela 3.

Tabela 3: Características do processo iterativo da modelagem.

Teste	$\varepsilon_1$	$\varepsilon_2$	$\varepsilon_3$	Coefficiente de rugosidade de Manning ( $s\ m^{-1/3}$ )	Alteração da solução	Vazão de entrada ( $m^3\ s^{-1}$ )	Vazão de saída ( $m^3\ s^{-1}$ )
1	0	0,05	0	0,02	0,0295434	0,480	0,480
2	0	0,05	0	0,04	0,004598	0,480	0,479
3	0	0,05	0	0,06	0,0028404	0,480	0,479
4	0	0,05	0	0,2	4,798E-07	0,480	0,478
5	0	1	0	0,02	0,0112956	0,480	0,479
6	0	1	0	0,04	0,0007238	0,480	0,478
7	0	1	0	0,06	0,0050932	0,480	0,478
8	0	1	0	0,2	0,050069	0,480	0,512

Como pode ser observado na Tabela 3, apenas o teste 8 ( $n=0,2\ s\ m^{-1/3}$  e  $\varepsilon_2=1,0$ ) não atingiu uma convergência satisfatória. Para  $n$  igual a  $0,02\ s\ m^{-1/3}$ , apesar da vazão de entrada e saída terem convergido, a alteração na solução, da ordem de  $10^{-2}$ , ficou aquém daquela recomendada por Steffler e Blackburn (2002), porém para  $\varepsilon_2$  igual a 1,0 foi ligeiramente menor. Para  $n$  igual a  $0,04\ s\ m^{-1/3}$ , a alteração da solução é da ordem de  $10^{-3}$  para  $\varepsilon_2$  igual a 0,5, mas reduz para a ordem de  $10^{-4}$  para  $\varepsilon_2$  igual a 1,0. Enquanto para  $n$  igual a  $0,06\ s\ m^{-1/3}$ , a alteração na solução é ligeiramente menor para  $\varepsilon_2$  igual a 0,5, porém ambas são da ordem de  $10^{-3}$ . Para  $n$  igual a  $0,2\ s\ m^{-1/3}$  a solução só converge utilizando-se  $\varepsilon_2$  igual a 0,5. Sendo assim, o modelo parece alcançar melhor nível de convergência para  $\varepsilon_2$  igual a 1,0 em situações de rugosidades menores e  $\varepsilon_2$  igual a 0,5 para maiores rugosidades.

A Figura 1 apresenta as profundidades e velocidades modeladas, associados aos valores de “ $n$ ” e  $\varepsilon_2$  utilizados, nas três seções de monitoramento, para os testes de um a sete. O teste oito não foi utilizado por não ter apresentado convergência.

A variação no valor de  $\varepsilon_2$ , de 0,5 para 1,0, para um mesmo coeficiente de rugosidade “ $n$ ”, não alterou profundidades e velocidades modeladas de forma significativa, gerando profundidades e velocidades médias praticamente idênticas (Tabela 4), contudo alterou o processo de convergência, como comentado anteriormente.

Pode-se observar na Figura 1 e Tabela 4, que nas seções 1 (entrada) e 2 (intermediária) a variação na rugosidade implicou em sensíveis variações nas profundidades e velocidades modeladas. Entretanto, na seção 3 a profundidade não foi alterada e a velocidade sofreu mínimas variações nos perfis transversais nas sete situações apresentadas.

Apesar de ter se adotado uma rugosidade mínima,  $n$  igual a  $0,02\ s\ m^{-1/3}$ , e os valores seguintes serem duas, três e dez vezes maiores (0,04, 0,06 e  $0,2\ s\ m^{-1/3}$ , respectivamente), não observou-se qualquer relação de proporcionalidade entre a rugosidade adotada e as profundidades e velocidades modeladas.

A seção intermediária apresentou maior sensibilidade a alteração dos coeficientes de rugosidade. Porém ao analisar-se as variáveis profundidade e velocidade, separadamente, observa-se que a profundidade é mais sensível que a velocidade às mudanças na rugosidade. Para uma rugosidade dez vezes maior que a mínima estabelecida obteve-se uma diferença absoluta de 82,3% na profundidade, enquanto que a alteração máxima na velocidade foi de 43,7%.

Na seção 1, seção de entrada, as variáveis, profundidade e velocidade, apresentaram diferença absoluta semelhante ao se alterar a rugosidade. Contudo a seção de saída, seção 3, mostrou-se insensível às variações na rugosidade.

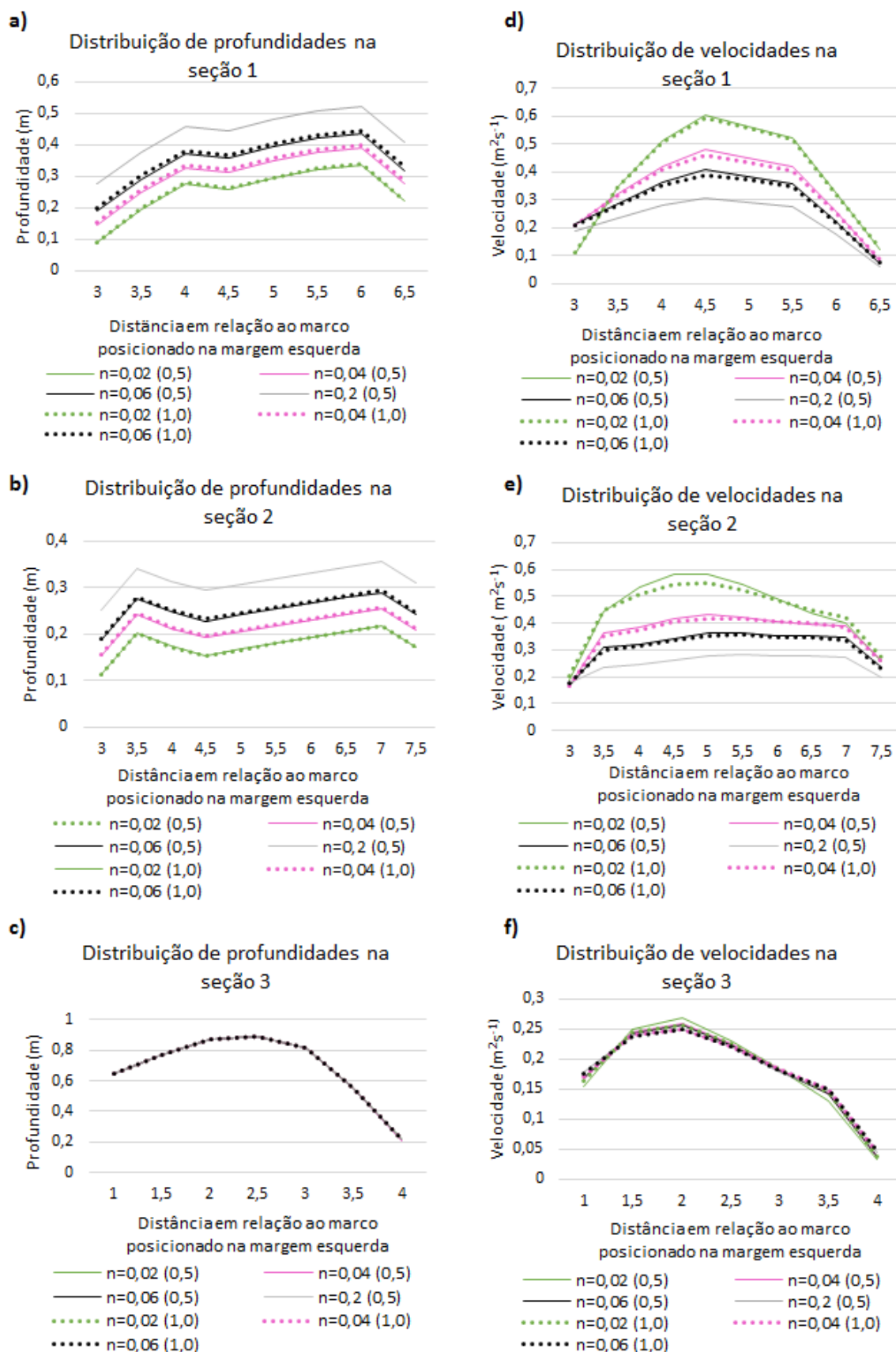


Figura 1: Profundidades e velocidades modeladas nas três seções de monitoramento nos testes de um a sete.  
Legenda: “n” corresponde ao número de Manning ( $m s^{-1/3}$ ) e o valor entre parênteses ao valor do coeficiente  $\epsilon_2$ .



**Tabela 4: Profundidades e velocidades modeladas para quatro situações de rugosidade e duas variações de  $\varepsilon_2$ .**

Seção 1*								
Coeficiente de rugosidade de Manning "n" ( $\text{s m}^{-1/3}$ )	Profundidade média modeladas (m)		Diferença absoluta entre as profundidades utilizando a rugosidade mínima simulada e as demais situações testadas		Velocidade média modelada ( $\text{m s}^{-1}$ )		Diferença absoluta entre as velocidades utilizando a rugosidade mínima simulada e as demais situações testadas	
	$\varepsilon_2=0,5$	$\varepsilon_2=1,0$	$\varepsilon_2=0,5$	$\varepsilon_2=1,0$	$\varepsilon_2=0,5$	$\varepsilon_2=1,0$	$\varepsilon_2=0,5$	$\varepsilon_2=1,0$
0,02	0,272	0,275	0,000	0,000	0,387	0,384	0,000	0,000
0,04	0,303	0,312	0,113	0,136	0,329	0,321	0,150	0,166
0,06	0,347	0,357	0,276	0,301	0,288	0,281	0,255	0,270
0,2	0,385	-	0,416	-	0,227	-	0,415	-
Seção 2**								
Coeficiente de rugosidade de Manning "n" ( $\text{m s}^{-1/3}$ )	Profundidades média modelada (m)		Diferença absoluta entre as profundidades utilizando a rugosidade mínima simulada e as demais situações testadas		Velocidade média modelada ( $\text{m s}^{-1}$ )		Diferença absoluta entre as velocidades utilizando a rugosidade mínima simulada e as demais situações testadas	
	$\varepsilon_2=0,5$	$\varepsilon_2=1,0$	$\varepsilon_2=0,5$	$\varepsilon_2=1,0$	$\varepsilon_2=0,5$	$\varepsilon_2=1,0$	$\varepsilon_2=0,5$	$\varepsilon_2=1,0$
n=0,02	0,178	0,178	0,000	0,000	0,446	0,440	0,000	0,000
n=0,04	0,216	0,219	0,217	0,230	0,363	0,358	0,186	0,188
n=0,06	0,258	0,255	0,453	0,432	0,314	0,309	0,295	0,298
n=0,2	0,324	-	0,823	-	0,251	-	0,437	-
Seção 3***								
Coeficiente de rugosidade de Manning "n"	Profundidade média modelada (m)		Diferença absoluta entre as profundidades utilizando a rugosidade mínima simulada e as demais situações testadas		Velocidade média modelada ( $\text{m s}^{-1}$ )		Diferença absoluta entre as velocidades utilizando a rugosidade mínima simulada e as demais situações testadas	
	$\varepsilon_2=0,5$	$\varepsilon_2=1,0$	$\varepsilon_2=0,5$	$\varepsilon_2=1,0$	$\varepsilon_2=0,5$	$\varepsilon_2=1,0$	$\varepsilon_2=0,5$	$\varepsilon_2=1,0$
n=0,02	0,680	0,680	0,000	0,000	0,178	0,179	0,000	0,000
n=0,04	0,680	0,680	0,000	0,000	0,179	0,180	0,002	0,003
n=0,06	0,680	0,680	0,000	0,000	0,179	0,180	0,002	0,003
n=0,2	0,680	-	0,001	-	0,179	-	0,004	-

\*Seção 1: profundidade média observada igual a 0,289 m e velocidade média observada igual a 0,364  $\text{m s}^{-1}$ ;

\*\*Seção 2: profundidade média observada igual a 0,249 m e velocidade média observada igual a 0,338  $\text{m s}^{-1}$ ;

\*\*\*Seção 3: profundidade média observada igual a 0,660 m e velocidade média observada igual a 0,153  $\text{m s}^{-1}$ .

A Tabela 5 apresenta as profundidades e velocidades medidas e simuladas nas três seções monitoradas. Pode-se observar que para a seção 1, obteve-se menor erro absoluto, considerando velocidade e profundidade, para n igual a 0,02  $\text{m s}^{-1/3}$  e  $\varepsilon_2$  igual a 1. Para a seção 2, os menores erros absolutos foram identificados para n igual a 0,06  $\text{m s}^{-1/3}$  e  $\varepsilon_2$  igual a 1,0. Para a seção 3, os menores erros foram identificados para n=0,02  $\text{m s}^{-1/3}$  e  $\varepsilon_2$  igual a 0,5. Contudo pode-se observar que os erros para uma mesma rugosidade variam muito pouco ao se alterar apenas  $\varepsilon_2$ .

**Tabela 5: Profundidades e velocidades medidas e simuladas e o respectivo erro absoluto.**

Seção 1											
$\varepsilon_2$	0,5		$\varepsilon_2$	0,5		$\varepsilon_2$	1,0		$\varepsilon_2$	1,0	
Obs. 0,289	PM (m)	Erro abs.	Obs. 0,364	VM (m s <sup>-1</sup> )	Erro abs.	Obs. 0,289	PM (m)	Erro abs.	Obs. 0,364	VM (m s <sup>-1</sup> )	Erro abs.
n=0,02	0,272	0,059	n=0,02	0,387	0,065	n=0,02	0,275	0,050	n=0,02	0,384	0,057
n=0,04	0,303	0,047	n=0,04	0,329	0,095	n=0,04	0,312	0,079	n=0,04	0,321	0,118
n=0,06	0,347	0,201	n=0,06	0,288	0,207	n=0,06	0,357	0,237	n=0,06	0,281	0,228
n=0,2	0,385	0,333	n=0,2	0,227	0,377	n=0,2	-	-	n=0,2	-	-
Seção 2											
Obs. 0,249	PM (m)	Erro abs.	Obs. 0,338	VM (m s <sup>-1</sup> )	Erro abs.	Obs. 0,249	PM (m)	Erro abs.	Obs. 0,338	VM (m s <sup>-1</sup> )	Erro abs.
n=0,02	0,178	0,288	n=0,02	0,446	0,317	n=0,02	0,178	0,286	n=0,02	0,440	0,301
n=0,04	0,216	0,134	n=0,04	0,363	0,072	n=0,04	0,219	0,121	n=0,04	0,358	0,056
n=0,06	0,258	0,034	n=0,06	0,314	0,071	n=0,06	0,255	0,023	n=0,06	0,309	0,086
n=0,2	0,324	0,298	n=0,2	0,251	0,259	n=0,2	-	-	n=0,2	-	-
Seção 3											
Obs. 0,660	PM (m)	Erro abs.	Obs. 0,153	VM (m s <sup>-1</sup> )	Erro abs.	Obs. 0,660	PM (m)	Erro abs.	Obs. 0,153	VM (m s <sup>-1</sup> )	Erro abs.
n=0,02	0,680	0,030	n=0,02	0,178	0,165	n=0,02	0,680	0,069	n=0,02	0,179	0,170
n=0,04	0,680	0,030	n=0,04	0,179	0,168	n=0,04	0,680	0,070	n=0,04	0,180	0,173
n=0,06	0,680	0,031	n=0,06	0,179	0,167	n=0,06	0,680	0,070	n=0,06	0,180	0,173
n=0,2	0,680	0,031	n=0,2	0,179	0,171	n=0,2	-	-	n=0,2	-	-

Legenda: Obs.: variável observada; PM: profundidade modelada; Erro abs.: erro absoluto; VM: velocidade modelada

## CONCLUSÕES

O modelo hidrodinâmico River 2D mostrou-se sensível à rugosidade, porém tal sensibilidade se reflete de forma mais efetiva nas seções internas do trecho modelado, menos sensível na seção de entrada e insensível na seção de saída, uma vez que tanto a seção de entrada quanto a seção de saída estão atreladas às condições de contorno.

A sensibilidade do modelo à rugosidade é relativa, sendo mais efetiva na profundidade que na velocidade, mas não guardando qualquer relação de proporcionalidade.

O coeficiente de rugosidade ideal para calibração da seção intermediária pareceu indicar a necessidade de incorporar ao coeficiente de rugosidade não só a granulometria de fundo, mas as características de obstruções, variação nas seções, vegetação e sinuosidade, uma vez que se trata de um curso d'água natural com diversos fatores interferindo no escoamento.

## AGRADECIMENTOS

Os autores agradecem à Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado de Minas Gerais - FAPEMIG pelo apoio financeiro a execução do projeto (Processo TEC - APQ-02118-12).

## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

1. BOAVIDA, I. Análise Bidimensional na determinação dos Caudais Ecológicos: Aplicação do Modelo River2D. Lisboa : Instituto Superior Técnico. 2007
2. BOAVIDA, I., PINHEIRO, A. N. Modelo River 2D. Análises de sensibilidade à discretização da malha e à rugosidade. 10<sup>o</sup> CONGRESSO DA ÁGUA - MARCAS D'ÁGUA. 2010. Anais. Algarve: 2010.
3. CROWDER, D. W., DIPLAS, P. Using two-dimensional hydrodynamic models at scales of ecological importance. Journal of hydrology, v 230, p. 172–191, 2000.
4. GHANEM, A., STEFFLER, P., HICKS, F. Two dimensional hydraulic simulation of physical habitat conditions in flowing streams. Regulated Rivers: Research and Management, v. 12, p. 185–200. 1996.
5. OLIVEIRA, I. C., CAPOBIANGO, G. V., GUEDES, H. A. S., SILVA, D. D., MARTINS, V. S., LISBOA, L. Calibração do modelo hidrodinâmico River2D visando à modelagem ecohidrológica do Rio Formoso (MG). XX SIMPÓSIO BRASILEIRO DE RECURSOS HÍDRICOS. 2013. Anais. Bento Gonçalves : 2013.
6. STEFFLER, P., BLACKBURN, J. River2D. Two-dimensional depth averaged model of river hydrodynamics and fish habitat. Introduction to depth averaged modelling and user's manual. Canada : University of Alberta. 2002.